

Выбор типа скользящих средних

В статье рассматривается сравнительная эффективность наиболее широко применяемых трейдерами алгоритмов скользящего усреднения. Авторы считают, что в качестве критерия эффективности этих алгоритмов целесообразно использовать дисперсию «колеблемости» выделяемых трендов, которая определена их математическими алгоритмами и спектральными характеристиками «мешающих» компонент ценовых графиков исследуемого рынка.



Предпосылки к исследованиям

Скользящие средние нашли самое широкое распространение в техническом анализе рынков из-за простоты вычислений, наглядности при выявлении ими трендов или формировании различных индикаторов. Это простые (МА) и различные взвешенные (WMA) скользящие средние [1]. В последнее время для скользящего усреднения используются цифровые фильтры [2].

Трейдер, принимая рискованные решения, должен четко знать преимущества и недостатки, особенности применения того или иного усреднения. Эти свойства должны быть выражены количественными оценками, которые ясны каждому трейдеру. Ведь речь идет о формировании торговых сигналов, которые приведут к вполне определенным финансовым выигрышам или потерям.

Что говорит об этом современный технический анализ? Порой это общие, очень расплывчатые рассуждения, которые невозможно применить на практике: «Иногда лучше работают взвешенные усреднения; иногда – простые... Иначе говоря, эксперименты с различными типами скользящих средних, вероятно, не представляют плодотворного пути...» [1].

Другие авторы связывают проблему выбора с «временными интервалами». На каких-то интервалах рекомендуются одни типы скользящих средних, на каких-то – другие. Аналогичные «предложения» имеют место в большинстве зарубежных и отечественных публикациях.

Толчком к проведению данных исследований послужили результаты, изложенные в [2]. Однако в этих, бесспорно интересных и полезных работах автор не ответил на вопросы: в чем заключается преимущество цифровой

фильтрации и какие требования следует предъявлять к этим фильтрам.

Модель ценовых графиков в частотной области

В общем случае любой ценовой график можно представить временным рядом, который суммирует три независимых составляющих: выделяемый тренд U_{0j} ; сумма

«мешающих» трендов $\sum_{k=1}^n U_{kj}$ и случайной компоненты n_j . Выделяемый линейный тренд U_{0j} характеризуется спектральной плотностью мощности $G_{U_0}(f)$. Она сосредоточена вблизи нулевой частоты и подлежит дальнейшей фильтрации с целью выделения этого тренда.

Из суммы $\sum_{k=1}^n U_{kj}$ наиболее «вредными» для трейдеров являются те тренды U_{kj} , которые имеют наи-

большие длительности (сопоставимые с длительностью U_{0j}). Микро-тренды U_{kj} являются продуктами волн Эллиотта высших порядков, или «рябью». Случайная компонента n_j представляет собой δ -коррелированный случайный процесс (отсутствуют статистические взаимосвязи между отсчетами этой составляющей). Спектральная плотность мощности n_j не зависит от частоты $G_n(f) = G_n = \text{const}$ (это т.н. «белый шум»).

На рисунке 1 отдельно изображены спектральные плотности мощностей всех рассмотренных компонент, поскольку это позволяет осуществить принцип суперпозиции, действующей при линейном их преобразовании. Далее необходимо с помощью некоторого фильтра с минимальными искажениями выделить $G_{U_0}(f)$, что соответствует во временной области выявлению тренда U_{0j} .

Эту операцию можно осуществить с помощью идеального фильтра нижних частот (ИФНЧ), который является теоретической абстракцией и не может быть реализован на практике. Однако его рассмотрение позволит нам в дальнейшем получить потенциально малую «колеблемость» тренда \bar{U}_{0j} , к которой мы должны стремиться на практике. ИФНЧ фильтрует без искажений все составляющие $G_{U_0}(f)$ и максимально подавляет часть спектральных составляющих $G_{U_k}(f)$ и G_n вне полосы его пропускания $0 \leq f \leq f_{\text{эф}}$.

Такая фильтрация достижима, если ИФНЧ обладает постоянством модуля комплексного коэффициента передачи $|\dot{K}(f)|$ в его полосе прозрачности $0 \leq f \leq f_{\text{эф}}$. При этом он имеет амплитудно-частотную характеристику (АЧХ), которая представлена на рисунке 1. Кроме того, он должен обладать линейной фазочастотной характеристикой (ФЧХ) в этой же полосе. Обладая перечисленными выше характеристиками, ИФНЧ не вносит в фильтруемую

$G_{U_0}(f)$ линейных частотных искажений*.

Заштрихованные на рисунке 1 области соответствуют спектральным составляющим $G_{U_k}(f)$ и G_n , которые присутствуют на выходе ИФНЧ и способствуют появлению «колеблемости» выделяемого тренда. Эти площади соответствуют дисперсиям «мешающих» компонент на выходе ИФНЧ:

$$\sigma_{U_k}^2 = \int_0^{f_{\text{эф}}} G_{U_k}(f) df \quad \text{и} \quad \sigma_n^2 = \int_0^{f_{\text{эф}}} G_n df.$$

«Колеблемость» линейного выделенного тренда \bar{U}_{0j} с доверительной вероятностью $P_{\text{дов}} = 0.997$ на основании правила «три сигма» можно представить в виде:

$$\bar{U}_{0j} \pm 3\sqrt{\sigma_{U_k}^2 + \sigma_n^2}.$$

Последнее выражение справедливо, когда отсчеты случайных колебаний выделенного тренда хорошо аппроксимируются нормальным законом. Любая фильтрация (усреднение) на основании центральной предельной теоремы теории вероятностей нормализует выходные процессы. Таким образом, наше допущение о нормальном законе случайной составляющей колебаний тренда \bar{U}_{0j} вполне оправдано.

Сформируем главный теоретический вывод данной части работы: даже в идеализированном случае выделяемые тренды всегда будут обладать определенной «колеблемостью», которую принципиально невозможно устранить. Размах случайных колебаний выделяемого тренда (его «колеблемость») определяется в первую очередь АЧХ фильтра, с помощью которого он выделен, и характеристиками спектральных составляющих $G_{U_k}(f)$ и G_n . Они являются объективными параметрами каждого конкретного рынка в конкретный момент времени.

Заметим, что увеличение длительности выделяемого тренда U_{0j} (соответствует сужению $G_{U_0}(f)$ и,

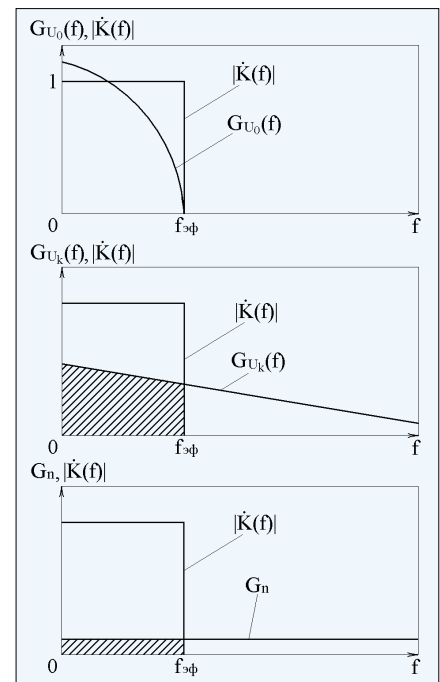


Рис. 1. Модель компонент ценовых графиков в частотной области

как следствие, уменьшению $f_{\text{эф}}$ ИФНЧ) приводит к улучшению качества выделяемого тренда и соответствует уменьшению величины $\sqrt{\sigma_{U_k}^2 + \sigma_n^2}$.

В случае выделения нелинейных трендов, которые отличаются априорно неизвестными законами их формирования на ценовых графиках, общая «колеблемость» их возрастает:

$$\bar{U}_{0j\text{нел}} \pm 3\sqrt{\sigma_{\text{см}}^2 + \sigma_{U_k}^2 + \sigma_n^2},$$

где $\sigma_{\text{см}}^2$ – дисперсия смещений истинного нелинейного тренда относительно его линеаризованной модели [3].

В отличие от линейных, нелинейные частотные искажения приводят к существенному изменению спектрального состава. Это может происходить из-за изменений фазовых соотношений между отдельными спектральными составляющими на выходе фильтра с нелинейной ФЧХ. При этом происходит смешивание между собой всех аддитивных компонент исходного спектра (принцип суперпозиции не

* Линейные частотные искажения – изменения уровней отдельных спектральных составляющих на выходе фильтра, которые не приводят к значительным изменениям характера фильтруемой спектральной плотности мощности. На основании дуальности «время-частота» линейные частотные искажения обязательно приводят к временным искажениям тренда U_{0j} .

применим). Из-за возникновения массы комбинационных спектральных составляющих (тренд-тренд; тренд-мещающий тренд; тренд-случайная компонента и т.д.) после такого нелинейного преобразования «колеблемость» выделяемого тренда увеличивается за счет добавления $\sigma_{\text{нел}}^2$, величина которой может существенно превышать сумму $\sigma_{\text{см}}^2 + \sigma_{U_k}^2 + \sigma_n^2$.

От теории к практике

Таким образом, в основном качество выделяемых трендов зависит от собственных характеристик алгоритмов усреднения (их АЧХ и ФЧХ). Получив и проанализировав эти характеристики алгоритмов скользящего усреднения, сравнив их с ИФНЧ, можно наконец-то ранжировать их качество по выбранному нами критерию.

Введем понятие импульсных характеристик скользящих средних и оптимального цифрового фильтра как реакций на единичный входной импульс и обозначим их $h(l)$. На основании закона о сохранении энергии сумма всех отсчетов $h(l)$ должна быть тождественно равна единице.

На рисунке 2 представлены $h(l)$ различных алгоритмов скользящего усреднения: а) МА; б) WMA первого типа (наиболее часто используется трейдерами); в) WMA второго типа; г) ЕМА; д) оптимальный цифровой фильтр (ОЦФ), синтезированный с помощью метода Ремеза (чебышевская аппроксимация).

Импульсные характеристики получены для различных значений времени скользящего усреднения m . При реализации ЕМА использовалось известное соотношение

$$\alpha = \frac{2}{m+1} \quad [1].$$

Для удобства изображения $h(l)$ ЕМА, имеющих бесконечное число отсчетов, представлены только своей начальной частью.

Все вычисления, синтез оптимальных цифровых фильтров осуществлены нами в среде системы MATLAB 6.0 с дополнительным ис-

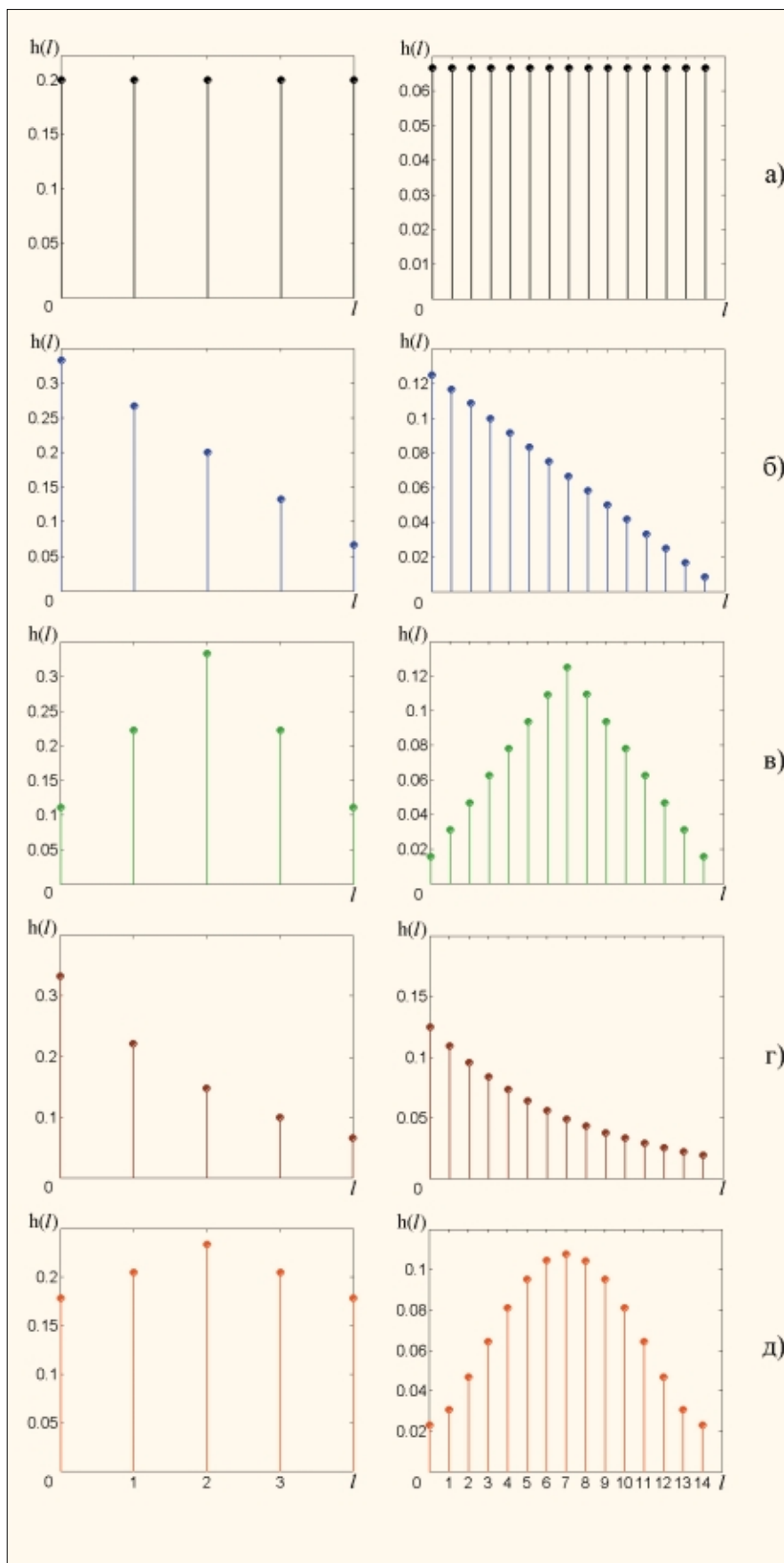


Рис. 2. Импульсные характеристики алгоритмов скользящего среднего.

пользованием пакета ее расширения Signal Processing Toolbox фирмы MathWorks, Inc. Далее с помощью Фурье-преобразований $h(l)$ были получены $|k(f)|$ и ФЧХ всех рассмотренных алгоритмов.

Из-за ограниченности объема работы ФЧХ не приведены, а $lg|k(f_n)|$ показаны на рисунке 3. Для лучшего восприятия результатов порядок расположения и цветность графиков на рисунках 2 и 3 совпадают. Графики рисунка 3 показывают, что с ростом m только ОЦФ со своей АЧХ наиболее близко приближается к ИФНЧ, а остальные алгоритмы скользящего усреднения далеки по качеству от него.

Количественный анализ

Переходим к количественному анализу с целью ранжирования всех рассмотренных здесь алгоритмов и попробуем дать рекомендации по их применению. Из-за большого многообразия законов формирования нелинейных трендов [3] анализ проделаем в предположении выделения линейных трендов. Считаем, что сумма всех «мешающих» компонент имеет спектральную плотность мощности, которая не зависит от частоты, т.е. $G_{U_k}(f) + G_n = G_0 = \text{const}$. При таком допущении дисперсия «колеблемости» выделяемого линейного тренда U_{0j} равна сумме интегралов:

$$\sigma_{\Sigma}^2 = \int_0^{f_{\text{эф}}} G_0 \left| \dot{K}(f_n) \right|^2 df_n + \int_{f_{\text{эф}}}^{0.5} G_0 \left| \dot{K}(f_n) \right|^2 df_n.$$

Первый интеграл оценивает уменьшение дисперсии «мешающих» компонент в полосе прозрачности алгоритмов усреднения при неравномерности их АЧХ, а второй – соответствует уменьшению дисперсии «мешающих» компонент в полосе задержания АЧХ алгоритмов. Учитывая, что $G_0 = \text{const}$ и не зависит от типа алгоритмов, можно ее вынести за знак интеграла и опустить (это соответствует, скажем, одновременной работе всех исследуемых алгоритмов усреднения на одном и том же линейном участке ценового графика

Таблица 1. Значения интегралов I_1, I_2

№ п/п	Тип алгоритма	m	Величины интегралов	
			I_1	I_2
1.	МА	5	0.4876	0.1376
		15	0.1600	0.0463
		30	0.0790	0.0226
		45	0.0513	0.0155
2.	WMA первого типа	5	0.5795	0.1852
		15	0.2003	0.0672
		30	0.0999	0.0344
		45	0.0668	0.0222
3.	WMA второго типа	5	0.5869	0.1469
		15	0.2090	0.0518
		30	0.1020	0.0261
		45	0.0687	0.0194
4.	EMA	5	0.4047	0.2204
		15	0.1317	0.0747
		30	0.0646	0.0370
		45	0.0418	0.0250
5.	ОЦФ (метод Ремеза, чебышевская аппроксимация)	5	0.5012	0.1319
		15	0.1997	0.0495
		30	0.1240	0.0331
		45	0.0780	0.0216

конкретного рынка). При этом вся процедура ранжирования алгоритмов сведется к вычислению и сравнению между собой интегралов

$$I_1 = \int_0^{f_{\text{эф}}} \left| \dot{K}(f_n) \right|^2 df_n \quad \text{и} \quad I_2 = \int_{f_{\text{эф}}}^{0.5} \left| \dot{K}(f_n) \right|^2 df_n.$$

Эффективная полоса пропускания любого алгоритма усреднения оценивается как

$$f_{\text{эф}} = \frac{\int_0^{0.5} \left| \dot{K}(f_n) \right|^2 df_n}{\left| \dot{K}(f_n) \right|_{\text{max}}^2},$$

где

$$f_n = \frac{f}{f_{\delta}} - \text{нормированная частота;}$$

f_{δ} – частота дискретизации;

$\left| \dot{K}(f_n) \right|_{\text{max}}$ – максимальное значение ординаты АЧХ. Верхний предел последнего интеграла равен 0.5, поскольку АЧХ дискретного фильтра периодична. В таблице 1 приведены результаты численного интегрирования I_1 и I_2 .

На практике выбор лучшего алгоритма скользящего усреднения возможно осуществлять, применяя

следующий критерий: максимум I_1 при минимуме I_2 , причем при принятии решения вес первой части больше второй (незначительное уменьшение «колеблемости» выделяемого тренда за счет уменьшения I_1 приводит к более серьезной опасности – росту линейных частотных искажений).

Этот критерий вытекает из требуемой близости реального алгоритма усреднения к ИФНЧ. Неравномерность АЧХ в полосе прозрачности приводит к линейным частотным искажениям выделяемого тренда.

Изменения спектрального состава $G_{U_0}(f)$ способствуют временным отклонениям выделенного тренда \bar{U}_{0j} от реально существующего U_{0j} даже при его первоначальной линейности. Так, завал АЧХ вблизи $f_{\text{эф}}$ в полосе прозрачности приведет к уменьшению скорости нарастания \bar{U}_{0j} в начале и в конце этого тренда. Завал АЧХ в средней части полосы прозрачности – к его «скалыванию» – нарастанию смещения \bar{U}_{0j} относительно U_{0j} при его формировании.

Анализ АЧХ и ФЧХ рассмотренных алгоритмов скользящего усреднения показал, что наиболь-

ший вес в частотные искажения вносит нелинейность ФЧХ. В меньшей степени влияет неравномерность АЧХ в полосе прозрачности.

В таблице на основании используемого нами критерия зеленым цветом выделены рекомендуемые трейдерам алгоритмы скользящего усреднения.

В этой связи ЕМА и WMA первого типа, имеющие существенно нелинейные ФЧХ, применять вообще не рекомендуется. Использование этих алгоритмов приведет не только к линейным частотным искажениям $G_{U0}(f)$, но и к появлению дополнительных продуктов комбинационных спектральных составляющих, о которых говорилось ранее. Анализ этих явлений здесь не рассматривается из-за чрезвычайной их сложности.

Импульсная характеристика $h(l)$ WMA второго типа принципиально может быть реализована с использованием всего трех (!) отсчетов на основании аксиомы о возможности проведения через две точки только одной прямой. В нашем случае $h(1)$ – общая точка, а через $h(0)$ и $h(1)$, $h(1)$ и $h(2)$ можно провести две прямые.

Заметим, что с помощью трех отсчетов $h(l)$ невозможно реализовать импульсную характеристику ОЦФ, которая приближенно описывается функцией $(\sin x)/x$, для этого потребуется, по крайней мере, 10 и более отсчетов.

Таким образом, говорить о практической реализации ОЦФ можно только при $m \geq 10$, а при $3 \leq m < 10$ – WMA второго типа оказывается более эффективным, чем ОЦФ.

Наши рекомендации

Анализ рассмотренных выше алгоритмов скользящего усреднения показал, что практический выбор трейдерами типа алгоритма – достаточно сложная и нетривиальная процедура. При этом можно сделать следующие итоговые рекомендации:

1. Все рассмотренные выше алгоритмы по своей сути являются цифровыми фильтрами с различ-

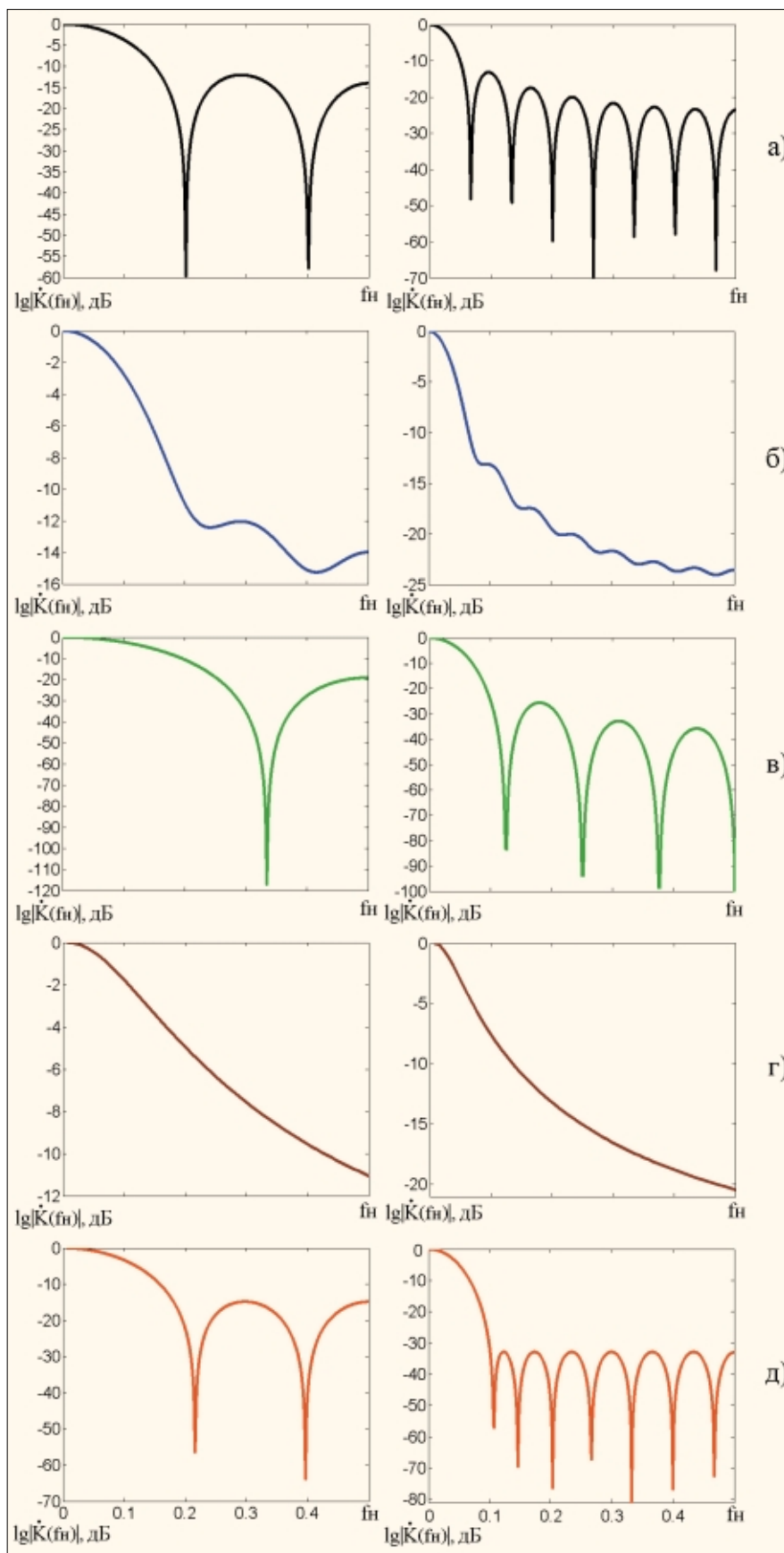


Рис. 3. Амплитудно-частотные характеристики алгоритмов скользящего усреднения в логарифмическом масштабе.

ным качеством, которое определяется параметрами их АЧХ и ФЧХ. Так, ЕМА – это рекурсивный неоптимальный цифровой фильтр с бесконечной импульсной характеристикой несимметричного вида. Этот алгоритм обладает существенно нелинейной ФЧХ и вносит недопустимую «колеблемость» в выделяемый тренд. WMA первого типа – нерекурсивный неоптимальный цифровой фильтр с конечной импульсной характеристикой несимметричного вида. Он имеет нелинейную ФЧХ, которая приводит к существенной «колеблемости» выделяемого тренда. Эти алгоритмы (за исключением специального случая, который не рассматривался в данной работе) не рекомендуется вообще применять при решении задач технического анализа.

2. В зависимости от величины m рекомендуются к использованию следующие алгоритмы скользящего усреднения, которые обеспечат одновременно как минимум «колеблемости» выделенного тренда, так и минимум временных искажений этого тренда из-за линейных преобразований его спектральной плотности мощности:

- при $3 \leq m \leq 10$ соответственно WMA второго типа;
- при $10 < m \leq 100$ – ОЦФ (метод Ремеза, чебышевская аппроксимация).

Сравнительный анализ алгоритмов скользящего усреднения при $m > 100$ нами не проводился.

3. ОЦФ могут быть синтезированы различными методами, но требования к ним следующие: это минимальная неравномерность АЧХ в полосе прозрачности ($0 \leq f \leq f_{\text{эф}}$) и максимум подавления спектральных составляющих в полосе задержания при одновременной линейности ФЧХ и минимальном количестве разрывов фазы.

Следует отметить, что в случае больших значений m ОЦФ обладают условно линейной ФЧХ (поскольку в точках разрыва фазы линейность не имеет смысла). Необходимо выбирать такие алгоритмы синтеза ОЦФ, ФЧХ которых не имеют разрывов фазы в полосе

прозрачности (в этом случае влияние множества разрывов фазы меньше).

Особо хотим предупредить трейдеров, что при синтезе таких фильтров обязательно (!) необходимо проверить формат представления чисел в используемой программе. В противном случае возможно получение характеристик ОЦФ, весьма далеких от синтезированных.

4. Существенным недостатком всех рассмотренных алгоритмов скользящего усреднения являются линейные частотные искажения при выделении трендов (у всех алгоритмов $I_1 < 1$, и это неравенство усугубляется с ростом m). Именно из-за этого эффекта происходит «скалывание» и «отталкивание» выделяемых трендов от истинных ценовых графиков. Главное преимущество ОЦФ – в значительном уменьшении этого эффекта.

По подавлению мешающих компонент вне полосы прозрачности рассматриваемый ОЦФ не является наилучшим. При $m > 15$ МА и WMA второго типа обеспечивают лучшую сходимость к ИФНЧ, поскольку у них значения I_2 более близки к нулю. Однако с этим проигрышем ОЦФ приходится смириться.

5. Данная работа позволяет понять известные в техническом анализе поговорки: «МА лает дважды», «WMA лает один раз». Теперь можно добавить новый афоризм: «ОЦФ звенит один раз». Трейдер может реально наблюдать импульсную характеристику используемого алгоритма усреднения при наличии на тренде «шипа». «Шип» выполняет при этом функции «зондирующего» импульса. Через время $m/2$ после него будет наблюдаться импульсная реакция используемого алгоритма, увеличенная пропорционально величине «шипа».

6. Неоптимальные цифровые фильтры с симметричными и конечными $h(l)$ и с различными «экзотическими» законами формирования (Гаусса, Блэкмана-Хэрриса, Хэмминга, Кайзера и др.), за исключением WMA второго типа

при $3 \leq m \leq 10$, рассмотренного в данной работе, применять в техническом анализе рынков также не рекомендуется. Поскольку сложность формирования этих алгоритмов соизмерима с синтезом ОЦФ, а их сходимость к ИФНЧ уступает последним.

Заключение

В заключение данной работы заметим, что, на наш взгляд, будущее в техническом анализе рынков при формировании различных индикаторов, выделении трендов – действительно за ОЦФ.

Однако мы не разделяем с автором работ [2] его «революционный порыв» при замене «всех и вся» специальными цифровыми алгоритмами.

Более корректно это можно сделать эволюционным путем с постепенной заменой МА, WMA и ЕМА на ОЦФ во всех известных алгоритмах без разработки специальных индикаторов.

В случае, если специальные цифровые индикаторы действительно будут обладать лучшими характеристиками (а это следует доказать!), то трейдеры возьмут их, вне всякого сомнения, на вооружение.

Еще раз заметим, что при этом будет необходимо изменить формат представления чисел в некоторых трейдерских программах, поскольку они сегодня не рассчитаны на использование действительно эффективных ОЦФ. ВС

Александр Смирнов,
Сергей Михайлов

Литература:

1. Швагер Дж. Технический анализ. Полный курс. – М.: Альпина Паблишер, 2001, 768 с.
2. Кравчук В. См. цикл статей // Валютный спекулянт, 2000, № 12, с. 48-53; 2001, № 1, с. 14-17; № 2, с. 20-23; № 5, с. 22-28; № 6, с. 26-28.
3. Смирнов А., Гизатулин А. Новый метод сглаживания ценовых графиков // Валютный спекулянт, 2002, № 12, с. 38-40.