

# Спектральный анализ колебаний валютного курса EUR/USD по методу максимальной энтропии



## Выбор метода спектрального анализа

Настоящая работа продолжает цикл статей, посвященных новому адаптивному методу следования за тенденцией и рыночными циклами (*Adaptive Trend & Cycles Following Method*), основанному на современных цифровых технологиях обработки данных. Впервые описание AT&CF-метода было дано в декабрьском номере журнала «Валютный спекулянт» за 2000 год. В соответствии с [1] основная задача, которую необходимо предвзительно решить в ходе разработки торгового алгоритма и его адаптации к конкретному рынку – это оценивание спектральной плотности мощности (СПМ) колебаний рыночных цен. В частном случае, для рынка FOREX – это проведение спектрального анализа колебаний курсов различных валютных пар. Решению этой конкретной проблемы посвящена настоящая публикация, в которой впервые получена обладающая высоким спектральным разрешением  $\Delta f$  оценка СПМ колебаний валютного курса EUR/USD, вычисленная по методу максимальной энтропии. В работе также дается логическое обоснование необходимости использования параметрических методов спектрального оценивания для вычисления СПМ колебаний валютных курсов.

В одном из следующих номеров журнала «Валютный спекулянт» будет опубликован базирующийся на AT&CF-методе алгоритм, позволяющий генерировать торговые сигналы для спекулятивных операций на рынке EUR/USD. Кроме того, на биржевых диаграммах будут указаны все точки входа в рынок и выхода из рынка, начиная с января 1999 года. Это позволит заинтересованному читателю детально разобраться в причинах столь высокой эффективности нового AT&CF-метода. Особое внимание будет уделено исследованию временных P&L-характеристик (*profit-loss performance*) торговой системы.

Успех или неудача торгового алгоритма, разработанного на базе адаптивного метода следования за тенденцией и рыночными циклами, на 50% определяется качеством полученной оценки СПМ. И это вполне естественно. Для того, чтобы каким-либо образом использовать рыночные циклы в будущем торговом алгоритме, необходимо предвзительно определить, какие гармонические составляющие (имеется в виду амплитуда и период колебания) присутствуют в спектре входного сигнала, и исследовать затем их свойства. Очевидно, что эта задача должна решаться с использованием спектрального или гармонического анализа. Но какой именно метод выбрать для получения состоятельной оценки СПМ, обладающей к тому же достаточно высоким спектральным разрешением? Ответ на этот вопрос нетривиален. Читателям, желающим расширить свой кругозор в этой области, я рекомендую обратиться к великолепному обзору по спектральному оцениванию [2].

Современные методы спектрального анализа включают в себя два основных класса или категории, а именно: *параметрические* методы и *непараметрические* методы.

К категории параметрических методов спектрального анализа относятся те методики, в которых задается некоторая модель спектральной плотности и ставится задача оценки параметров модели на основании результатов наблюдения соответствующего процесса на ограниченном промежутке времени. Исходная модель может иметь самый разный вид. В качестве такой модели может, например, выступать спектральная плотность временного ряда в виде рациональной функции. В этом смысле можно различать авторегрессионную (АР) модель, кото-

рой соответствует рациональная функция без нулей, модель скользящего усреднения (СУ), которой соответствует рациональная функция без полюсов, и модель авторегрессионного скользящего среднего (АРСУ), которой соответствует рациональная функция наиболее общего вида с нулями и с полюсами. Соответственно, и к оценке параметров таких рациональных моделей возможны методологически разные подходы. В качестве другого варианта модели можно выбрать некоторый вариационный принцип и некоторый функционал оценки качества. В этом случае роль оцениваемых параметров будут играть множители Лагранжа. Именно так оценивается спектральная плотность по методу максимальной энтропии, где требуется максимизировать энтропию процесса, для которого известны отдельные значения корреляционной функции.

*Непараметрические* методы спектрального оценивания отличаются от параметрических отсутствием каких-либо заранее заданных моделей в постановке задачи спектрального оценивания. И в этом классе для оценки спектральной плотности заданного временного ряда существует множество различных методов. Один из наиболее распространенных методов состоит в том, что на начальном этапе вычисляется периодограмма процесса (т.е. квадрат модуля преобразования Фурье имеющейся реализации) или какая-то ее модификация. После этого задача сводится к выбору подходящего окна, которое должно удовлетворять некоторым противоречивым требованиям. Другой, хорошо известный и широко используемый метод Блэкмана и Тьюки, состоит в том, что для наблюдаемого временного ряда находятся преобразования Фурье взвешенной оценки корреляционной последовательности. Наконец, еще один подход состоит

в том, чтобы свести проблему оценивания спектральной плотности временного ряда к решению фундаментального интегрального уравнения, описывающего преобразования Фурье наблюдаемого временного ряда через случайный процесс с ортогональными приращениями.

Из сказанного выше следует, что задача спектрального оценивания не имеет единственного решения. Выбор подходящей процедуры, будь то параметрической или непараметрической, определяется исключительно

характером решаемой задачи. В частности, необходимо принимать во внимание такие факторы, как наличие или отсутствие априорной информации о физических характеристиках исследуемого процесса, возможность предварительного опробования различных параметрических и непараметрических методов, время вычислений, требуемая память и т.д.

Я считаю, что невозможно получить качественную оценку СПМ колебаний валютных курсов, исполь-

зуя классические непараметрические методы спектрального оценивания, базирующиеся на вычислении дискретного преобразования Фурье (ДПФ) временных рядов. Причина этого кроется в нестационарности колебаний валютных курсов, скользящие средние значения которых почти всегда зависят от времени их вычисления. Строго говоря, понятия «спектр» и «спектральная плотность» априорно подразумевают стационарность тех процессов, для которых они вычисляются. Попытки использовать классические Фурье-методы для оценки СПМ заведомо нестационарного процесса могут привести лишь к определению общей формы спектральной плотности, амплитуда которой будет пропорциональна  $1/f^\alpha$ ,  $f$  – где нормированная частота. При этом необходимые нам детали (спектральные особенности) окажутся размытыми. В работе [3], например, утверждается, что значения параметра одинаковы и равны 0.618 для таких валютных курсов, как EUR/USD, USD/CHF, GBP/USD и USD/JPY. Почему же оценка СПМ нестационарного валютного курса, вычисленного по алгоритму метода периодограмм, оказывается несостоятельной? Ответ на этот вопрос весьма прост. Во-первых, разрешающая способность  $\Delta f$  спектрального анализа и интервал наблюдения связаны простой зависимостью [4]:

$$\theta = K_0 / \Delta f,$$

где  $K_0$  – коэффициент, определяемый видом оконной функции. Отсюда вывод: спектральное разрешение  $\Delta f$  тем выше, чем больше интервал наблюдения  $\theta$  отдельной выборки. Во-вторых, для уменьшения дисперсии оценки СПМ необходимо усреднять результат по достаточно большому числу выборок  $N$  (обычно  $N > 100$ ). И, в-третьих, если для оптимизации  $K_0$  используется непрямоугольная оконная функция, то хорошую спектральную оценку можно получить только с использованием перекрывающихся интервалов наблюдения, что еще больше увеличивает количество отдельных выборок. Все эти факторы приводят к необходимости покрытия очень большого  $N \times \theta$  временного интервала для получения состоятельной оценки СПМ дискретного процесса. Даже если на заданном относительно коротком временном интервале  $\theta$  исследуемый процесс изменения валютных курсов окажется стационарным, то на значительно более

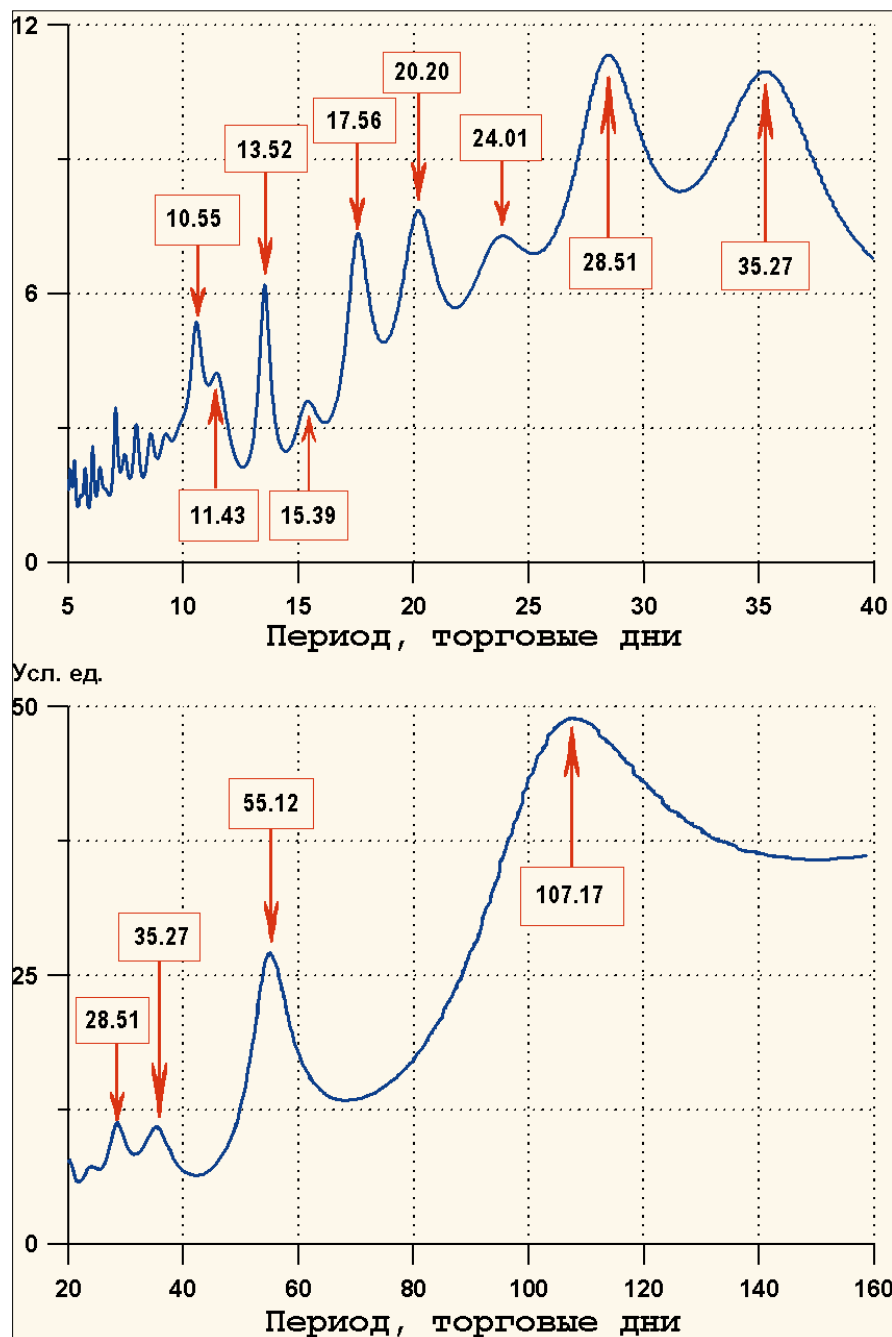


Рис. 1. Спектральная плотность мощности валютного курса EUR/USD, вычисленная по методу максимальной энтропии. Используемая при вычислении модель СПМ эквивалентна авторегрессионной модели порядка.

продолжительном временном интервале  $N \times \theta$  он с большой вероятностью будет нестационарным при большом значении  $N$ . В результате полученная с помощью периодограмм оценка СПМ будет несостоятельной.

На мой взгляд, единственный выход – это использовать *параметрические* методы спектрального анализа, которые способны получить состоятельную оценку СПМ по относительно короткой дискретной временной выборке, на которой процесс либо является стационарным, либо его можно сделать стационарным, удалив линейный тренд, например, с помощью метода наименьших квадратов. Среди всего многообразия параметрических методов спектрального оценивания наибольшее внимание, пожалуй, заслуживает метод максимальной энтропии, впервые предложенный Джоном Бергом на 37-сессии Общества разведочной геофизики (Оклахома-Сити) в 1967 г. Его фундаментальный доклад «Спектральный анализ по методу максимальной энтропии» [5], без преувеличения, пошатнул основы классического спектрального оценивания.

## Алгоритм вычисления спектральной плотности колебаний курса EUR/USD по методу максимальной энтропии

Основная идея метода максимальной энтропии (ММЭ) состоит в выборе такого спектра, который соответствует наиболее случайному (наименее предсказуемому) временному ряду, чья корреляционная функция совпадает с заданной последовательностью оцененных величин. Это условие эквивалентно предсказанию вида корреляционной функции наблюдаемого временного ряда путем максимизации энтропии процесса в теоретико-информационном смысле. Именно поэтому анализ по ММЭ обеспечивает значительное повышение разрешающей способности  $\Delta f$  спектральной оценки.

Оценка спектральной плотности мощности по методу МЭ имеет такую же аналитическую форму, как и оценка СПМ, получаемая с помощью авторегрессионной (АР) модели порядка  $\rho$  с входным белым шумом  $\varepsilon(n)$ .

Для вычисления СПМ курса валютной пары EUR/USD использова-

лась авторегрессионная модель порядка,  $\rho=150$ , представляемая в виде:

$$S_{AP}(e^{j\omega}) = \left| \frac{b_0}{1 + \alpha_1 e^{-j\omega} + \alpha_2 e^{-j2\omega} + \dots + \alpha_p e^{-j(p-1)\omega}} \right|^2 \quad (1)$$

Идентификация  $\rho + 1$  параметра  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, b_0$  АР-модели выполнялась путем решения  $\rho + 1$  уравнений Юла-Уокера, которые в матричном виде записываются как:

$$\begin{bmatrix} r_x(0) & r_x(-1) & \dots & r_x(-\rho) \\ r_x(1) & r_x(0) & \dots & r_x(-\rho+1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_x(\rho) & r_x(\rho-1) & \dots & r_x(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

где  $r_x(i-j)$ ,  $1 \leq i \leq \rho+1$ ,  $1 \leq j \leq \rho+1$  автокорреляционные коэффициенты, служащие элементами корреляционной матрицы авторегрессии  $\alpha_1$  размером  $(\rho+1) \times (\rho+1)$ , а параметры авторегрессии формируют  $(\rho+1)$ -мерный вектор  $\vec{\alpha}$ , у которого первая координата равна 1, т.е.:

$$\vec{\alpha} = [1, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p]. \quad (3)$$

Решение системы (2) выполнялось по алгоритму Левинсона-Дурбина, который представляет собой не только эффективную с вычислительной точки зрения процедуру определения параметров АР-модели  $\rho$ , но и позволил эффективным образом определять порядок АР-модели, который для валютного курса EUR/USD оказался равным 150.

Таблица 1. Характеристика и классификация спектральных пиков, обнаруженных в спектре колебаний курса валютной пары EUR/USD

№ цикла	Период, торговые дни	Период, недели	Период, месяцы	Амплитуда, условные единицы	Тип цикла
1	107.17	21.43	5.36	48.98	основной
2	55.12	11.02	2.76	27.18	1/2 основного
3	35.27	7.05	1.76	10.97	1/3 основного
4	28.51	5.70	1.43	11.33	28-дн. «евро»
5	24.01	4.80	1.20	7.25	1/4 основного
6	20.20	4.04	1.01	7.86	торговый
7	17.56	3.51	0.87	7.35	1/6 основного
8	15.39	3.08	0.76	3.61	трехнедельный
9	13.52	2.70	0.68	6.20	1/2 «евро»
10	11.43	2.29	0.57	4.23	«альфа»
11	10.55	2.11	0.53	5.37	«бета»
12	9.22	1.84	-	2.88	-
13	8.57	1.71	-	2.89	1/12 основного
14	7.94	1.59	-	3.09	1/4 «евро» триплет
15	7.45	1.49	-	2.42	1/4 «евро» триплет
16	7.04	1.41	-	3.45	1/4 «евро» триплет
17	6.36	1.27	-	2.13	6-дневный дуплет
18	6.04	1.21	-	2.59	6-дневный дуплет
19	5.71	1.14	-	2.12	5-дн. мультиплет
20	5.53	1.11	-	1.51	5-дн. мультиплет
21	5.26	1.05	-	2.28	5-дн. мультиплет
22	5.04	1.01	-	2.08	5-дн. мультиплет

## Обсуждение полученных результатов

Итерационная процедура Левинсона-Дурбина показала очень хорошую сходимость, что доказывает тот факт, что колебание курса EUR/USD является временным рядом типа авторегрессии и порождается следующим рекурсивным соотношением:

$$\hat{x}(n) = b_0 \varepsilon(n) - \sum_{k=1}^p \alpha_k x(n-k), \quad (4)$$

где  $\{\varepsilon(n)\}$  – нормированный белый шум, а нормирующий коэффициент  $b_0$  выбирается так, чтобы первая компонента вектора  $\vec{\alpha}$  оказалась равной 1. Это – очень важный побочный вывод, полученный в результате проведенного спектрального анализа, из которого следует, что для временного ряда колебаний курса EUR/USD возможно построение фильтра предсказания на один шаг вперед. Действительно, переписав формулу (4) в виде:

$$\hat{x}(n) + \sum_{k=1}^p \alpha_k x(n-k) = b_0 \varepsilon(n), \quad (5)$$

мы можем оценить значения  $\hat{x}(n)$  по формуле (5), используя: а)  $\rho$  известных значений  $x(n-k)$ , б) параметры регрессии  $\alpha_k$  (которые часто называют коэффициентами отражения), в) случайную величину  $\varepsilon(n)$  с

генератора случайного белого шума и  $\gamma$  коэффициент  $b_0$ , квадрат которого  $|b_0|^2$  можно рассматривать как «ошибку предсказания» линейного фильтра. Естественно, здесь приводится только схема решения очень перспективной задачи предсказания на один шаг вперед. Ее полное решение теоретически возможно, но требует очень больших усилий, которые, впрочем, могут быть оправданы.

Перейдем теперь к изложению основных результатов.

**Главный результат работы** – это оценка спектральной плотности мощности валютного курса EUR/USD. График зависимости:

$$S_{AP} = \sqrt{S_{AP}(T)} \quad (6)$$

изображен на рис. 1, где  $T$  – период колебаний, выраженный в торговых днях. Далее, говоря о периоде, мы будем подразумевать именно торговые, а не календарные дни. Обычно на подобных графиках изображают функцию  $S=S(f)$ , где  $f$  – нормированная частота. Но, на мой взгляд, выбранная мной форма представления спектра более удобна для восприятия информации. В верхней части рис. 1 показана зависимость СПМ в диапазоне периодов от 4 до 40 дней. В нижней – от 20 до 160 дней. По оси ординат на рис. 1 отложены условные единицы, размерность которых равна:  $(EUR/USD)/\sqrt{Hz}$ .

Спектральное разрешение  $\Delta f$  полученной оценки СПМ обладает вполне достаточными для адаптации цифровых фильтров характеристиками. Кроме того, показанный на рис. 1 спектр EUR/USD может использоваться техническими аналитиками для выбора периодов скользящих «средних». Проблеме выбора порядка скользящих «средних» посвящено много публикаций. Однако стоит заметить, что оптимального выбора параметров скользящих «средних» для EUR/USD просто не может существовать, так как выше было показано, что колебания валютного курса EUR/USD представляют собой временной ряд типа *авторегрессии*, а не скользящего усреднения.

Полный список спектральных пиков, обнаруженных в спектре колебаний валютного курса EUR/USD, и их характеристики (*период и амплитуда*) приведен в табл. 1. Всего было идентифицировано 22 спектральные компоненты, не все из которых имеют одинаковую значимость.

Проведем их классификацию.

Сначала попробуем выделить гармонические составляющие (*гармоники*), которые в соответствии с *принципами вариации и номинальности* теории цикличности должны присутствовать на любых финансовых и товарных ранках [6]. Эти гармоники должны иметь периоды, близкие к 20 неделям, 40, 20, 10 и 5 дням. Действительно, такие гармоники были обнаружены в спектре на рис. 1. Они имеют периоды 21.43 недели, 20.2, 10.55 и 5.04. Теория цикличности была спасена. Однако 40-дневный период идентифицировать не удалось. Наиболее близким к нему оказался 35.27-дневный период.

Спектральный анализ показал, что основным (*primary*) циклом на рынке EUR/USD является цикл с периодом 107.17 дней или 21.43 недели. В полном согласии с *принципом гармоничности* в спектре EUR/USD найдены также кратные основному циклу гармоники, имеющие периоды 55.12, 35.27, 24.01, 17.56 и 8.57, с коэффициентами кратности 2, 3, 6 и 12 соответственно. Появление нечетных гармоник в спектре можно объяснить сильной нелинейностью тренда.

В спектре рыночных колебаний курса EUR/USD достойное место занимает хорошо знакомый торговый (*trading*) цикл с периодом 20.02 дня (четыре недели). На спектре также хорошо различим кратный торговому циклу двухнедельный период, расщепляющийся на так называемые *альфа* ( $T_{\alpha} = 11.43$  дня) и *бета* ( $T_{\beta} = 11.43$  дня) циклы. Впервые термины «основной», «торговый», «альфа» и «бета» для описания циклов были введены У. Брессером. В верхней части рис. 1 можно найти также слабо выраженный спектральный пик, период которого (15.39 дня) близок к трем неделям.

Особое внимание следует обратить на спектральный пик с периодом 28.51 дня, который на верхней части рис. 1 имеет максимальную амплитуду. По количеству торговых дней (но не по календарной продолжительности) его период совпадает с периодом так называемого *лунного цикла*, определяемому фазами Луны. В дальнейшем мы будем называть этот 28-дневной цикл «евро»-циклом, так как, по-видимому, он является характерным для спектра EUR/USD. Подтверждением этого предположения служит тот факт, что его кратная гармоника с периодом 13.52 дня образует на спектре самый острый пик, расположенный между двумя глубокими «провала-

ми». Другими словами, эта спектральная линия имеет очень высокое отношение сигнал/помеха. Семидневный «евро»-триплет является результатом расщепления 7-дневной гармоник, кратной 28-дневному «евро»-циклу.

Слабенький спектральный пик с периодом 9.22 дня точно классифицировать затруднительно. Скорее всего, это нечетная (коэффициент 3) гармоника 28-дневного «евро»-цикла ( $28.51/3 = 9.5 \approx 9.22$ ). Однако вполне возможно, что это – результат расщепления 10-дневной гармоник.

Для выделения более продолжительных сезонных (*seasonal*) циклов с периодами один год и *долгосрочных* (*long-term*) циклов с периодами два года и более необходим спектральный анализ недельных биржевых диаграмм валютного курса EUR/USD. Возможно, этот анализ будет сделан в будущем для целей долгосрочного прогнозирования курса, но в рамках задачи разработки торгового алгоритма на базе AT&CF-метода он не требуется.

BC

Владимир Кравчук

## Литература

1. Кравчук В.К. Новый адаптивный метод следования за тенденцией и рыночными циклами. Валютный спекулянт, № 12, декабрь 2000, с. 50–55.
2. The special issue on spectral estimation. Proceedings of the IEEE. Volume 70, Number 9, September 1982.
3. Игнаточкин В. Спектральный анализ валютных курсов, или еще раз о фракталах. Валютный спекулянт, № 8 (10), август 2000, с. 46 – 47.
4. Гольденберг Л.М., Матюшкин Б.Д., Поляк М.Н. Цифровая обработка сигналов. М.: Радио и связь, 1985. с. 312.
5. Burg J.P. Maximum Entropy Spectral Analysis. Oklahoma City, OK, 1967.
6. Джон Дж. Мэрфи. Технический анализ фьючерсных рынков: теория и практика. М.: Сокол, 1996. 588 с.