Общая физика

УДК 53.02

Процессы с памятью как основа новой парадигмы в науке. Часть II*

А. Л. Шелепин, Л. А. Шелепин
Физический институт им. П. Н. Лебедева, Москва, Россия

В основе современной науки лежит марковская парадигма, согласно которой при известном состоянии системы в настоящий момент ее дальнейшая эволюция не зависит от состояния системы в прошлом. В обзоре освещается становление новой немарковской парадигмы (теории процессов с памятью), находящей приложения буквально во всех областях знания. Рассмотрены ограничения, обусловленные марковским подходом, способы и особенности описания процессов с памятью (в том числе уравнения, устойчивые распределения, распределения Ципфа-Парето, числа Фибоначчи). Дан анализ особенностей немарковского мира (структуры, информация, временные характеристики, пространственная нелокальность). Обсуждается совокупность имеющихся немарковских моделей в физике, биологии, космологии, экономике.

Особенности немарковского мира

Сложные системы: структура и информация

За последние десятилетия произошли изменения в трактовке ряда основополагающих физических понятий, здесь имеется непосредственная связь с особенностями немарковского мира. Это касается, в частности, сложных физических систем. В книге Кадомцева [36] подчеркивается, что все основные разделы физики построены на принципах динамики, и, казалось бы, нет области, где понятия динамики и информации входят в соприкосновение друг с другом. Однако для сложных физических систем оказываются одинаково важными как динамические, так и информационные аспекты их поведения. Оба аспекта подробно анализируются в работе [36].

Для информационного поведения сложных систем определяющее значение имеют структурная сложность и структурная иерархия. По существу, смысл энтропии — понятия, тесно связанного с информацией, — мера структурирования объекта. Идеи Б. Б. Кадомцева непосредственно проявляются в немарковских формулах (30) и (31) для распределений по энергии и структурам. Эти формулы совпадают с точностью до замены переменных. Они непосредственно задают двуединое описание сложных систем.

В сложных системах наряду с внешними динамическими переменными имеются внутренние степени свободы, которые определяют выбор траектории в точках бифуркации. Здесь важно информационное указание на то, какая траектория предпочтительна. Поведение такой системы определяется не только внешними причинами, но и внутренними информационными свойствами. Другими словами, появляются признаки свободного поведения. В [36] отмечается возможность расслоения самоорганизующихся систем на динамическую и информационную части и указывается, что системы, у которых существует возможность репликации и многократного повторения цикла развития, имеют преимущества в борьбе за жизнь. В условиях конкуренции динамическое поведение системы и ее развитие все в большей мере начинают определяться ее информационными свойствами. Система получает возможность информационного развития, т. е. усложнения и совершенствования своего управления. Этот процесс характеризуется как получение дополнительной информации от неравновесного внешнего мира [36].

В условиях, когда нет зависимости от предыстории, а знания о прошлом ничего не дают и не могут оказать влияния на будущее, понятие информации привносится в существующую теорию извне. Последовательное построение теории информации оказывается возможным только в рамках немарковского подхода. В определенном смысле информация — это сигналы из прошлого, которые могут идти разными путями с разной скоростью. Получая и преобразуя эти сигналы, можно изменять спонтанный ход событий.

* Часть I данной статьи опубликована в журнале "Прикладная физика" № 3 за 2005 г. В этой части нумерация формул и ссылка на источники литературы продолжаются.

Конкретный анализ информационных процессов проведен Д. С. Чернавским [37]. Показана принципиальная роль понятия ценной информации и разработаны модели ее генерации. Сложная система должна обладать тезаурусом, т. е. способностью воспринимать ценную информацию. Другими словами, тезаурус — информация, содержащаяся в системе на данном уровне, необходимая для рецепции информации (т. е. выбора, сделанного на основании принятой информации) на следующем уровне. Существует разность времени между событиями начала передачи информации и временем ее восприятия. Это — не мгновенный процесс, и здесь немарковость носит принципиальный характер. В работе [37] рассмотрена также связь между понятиями информации и энтропии.

Уже давно обращалось внимание на сходство для выражения количества информации I_i, определяемого через частоту (вероятность P_i) появления того или иного символа i в сообщении,

$$I_i = -k \log_a P_i ,$$

с аналогичным по форме выражением для негэнтропии S. Бриллюэн [38] ввел негэнтропийный принцип информации

$$\Delta(S + I) \leq 0. \tag{33}$$

Сумма негэнтропии и информации остается неизменной при обратимом преобразовании, в противном случае она убывает. Применяя этот принцип к процессам измерения, Л. Бриллюэн рассмотрел известный парадокс "демона" Максвелла, который на основе имеющейся у него информации мог сортировать молекулы таким образом, что тепло переходило от более холодного газа к более горячему. Действия "демона" как преобразователя информации в негэнтропию подчиняются негэнтропийному принципу. Вместе с тем этот принцип подвергался жесткой критике [39], связанной с тем, что отождествлялись объекты различной природы: частота появления символов и физические структуры.

Как показано в работе [37], негэнтропийный принцип относится к микроинформации, качественно отличающейся от макроинформации, которая определяется как запомненный выбор.

Существенным моментом здесь является то, что принцип (33) должен работать для однотипных структур (например, структура инженерного механизма и информация именно об этой структуре, а не вероятность появления в соответствующем сообщении тех или иных символов). Информация может определяться, например, соотношением

$$I = S_2 - S_1 . \tag{34}$$

Из (34) следует, что информация I дает возможность перехода от одного уровня негэнтропии (структуры S_1) к другому уровню негэнтропии (структуре S_2). Наглядный пример: уровень S_1 — набор деревянных деталей и крепежных изделий для шкафа, S_2 — готовый шкаф, I — набор правил для построения шкафа из деталей.

Информационные массивы, например наборы документации по изготовлению тех или иных изделий, по аналогии с биоценозами называют информценозами [6]. Для их анализа могут быть использованы равновесные распределения теории немарковских процессов

$$N = N_0 \exp(-S / \theta), \tag{35}$$

где значения негэнтропии S являются мерой сложности отдельного объекта, аналог температуры θ характеризует систему в целом.

Зависимость S от параметра x, играющего роль статистического веса, может быть представлена в виде $S(x) = k \ln x$, а равновесное распределение (35) может быть представлено в гиперболической форме (25).

Структуры и оптимизация информценозов, включая наборы документов, планов, отчетов, предписаний, подчиняются определенным достаточно жестким закономерностям. При этом нужно учитывать особенности немарковского подхода. Выше отмечался эффект концентрации, связанный с резкой асимметрией равновесных распределений (25). С одной стороны, достаточно эффективным для системы в целом оказывается регулирование той ее части, которая соответствует большим значениям S, с другой стороны — не следует подвергать чрезмерной регламентации основную массу объектов с малым значением S. С увеличением детализации информационной документации (инструкций, предписаний, проектов) происходит быстрый количественный рост информационного массива при весьма незначительном приросте структурной информации.

Иерархическая структура информации может быть использована в информационном воздействии. Так, успех воздействия средств массовой информации обусловлен концентрацией усилий именно на высших по иерархии понятиях (с большим значением S). Эффективность восприятия материала также в значительной степени определяется иерархически структурированной подачей материала, включая заголовки, резюме, немонотонность изложения.

В информационных, как и в других немарковских, системах равновесие по S устанавливается за счет стохастических процессов. Возникают переходы на более высокие негэнтропийные уровни, информация структурируется, создаются новые общие понятия. Здесь, в частности, можно выделить эффект поризма, характерный для работы мозга [39], когда утверждения, полученные из решения частной задачи, оказываются применимыми к целой совокупности казалось бы не относящихся сюда первоначально явлений. В этом плане немарковские модели должны включать в себя процесс структурирования информации с переходами на более высокий уровень по S. Наличие положительных обратных связей, ветвящихся процессов, нелинейных вероятностей делает возможным установление равновесия в немарковских системах с формированием в распределениях высоких значений S, с возникновением новых понятий, не содержащихся в поступающей информации, что характерно для работы мозга.

При этом необходимо учитывать специфику структур информационных массивов. Как известно, живая ткань организмов обладает высокой степенью специфичности. При пересадке тканей одна из основных проблем — несовместимость структур. Для информационных структур ситуация во многом аналогична. Длительное время существовало убеждение, что свойства любой информации примерно одинаковы. Это нашло свое отражение в концепции универсальности научно-технической информации (НТИ). Фактически информация считалась бесструктурной, и ее можно было группировать независимо от ее сути. Неучет специфики информационных структур управления и их организация по несовместимой структуре НТИ обусловили ряд негативных явлений при внедрении информационных систем [40]. В общем плане можно выделить три типа информационных структур. Одна из них, связанная с прошлым, — информация о внешнем мире ("картина мира" в мозгу [41]); другая — внутрисистемная (управленческая) информация, регулирующая процессы в настоящем; третья — прогностическая (плановая), направленная в будущее.

Несовместимость информационных структур разного типа означает, что для их построения необходима предварительная обработка поступающей информации с разбиением ее на некоторые структурные единицы. Примерами подобных единиц в случае биологической информации служат основания ДНК, аминокислоты, составляющие белок, особи в популяции, в случае социальной информации — слова в литературных текстах, статьи по определенной тематике в журналах. Должен существовать и механизм формирования определенных единиц в мозгу, куда поступает непрерывный поток информации. Его можно уподобить своего рода процессу "разрезания файлов", имеющего определенную функциональную аналогию с пищеварением, в результате которого происходит разделение белков, жиров и углеводов на составные части, поступающие в организм и служащие не только источником энергии, но и строительными блоками, несущими с собой негэнтропию. В этом плане тезис Шредингера о том, что организм "питается" негэнтропией, относится и к работе мозга.

Вместе с тем несмотря на стремительное развитие компьютерных технологий, не удается преодолеть пропасть, разделяющую работу мозга и действие самых совершенных компьютеров. Качественное отличие мышления от работы компьютеров заключается в том, что в основе его функционирования лежит стохастический немарковский процесс, а не заданный алгоритм. Компьютер не может вырабатывать обобщенные понятия, не содержащиеся в исходной информации. Поэтому для анализа возможностей создания компьютеров нового типа необходимо проведение детальных исследований немарковских процессов.

Временные характеристики

Для немарковских систем характерны качественные особенности временных характеристик, к которым относится универсальность циклов и ритмов. Существует огромный набор колебательных процессов, например, биологические ритмы, периодические колебания общественного мнения, колебания биржевых курсов. Для их анализа могут быть использованы динамические немарковские уравнения типа (18)—(20). Подробное описание многообразия ритмов в природе представлено в работах [42, 43], где, в частности, отмечается, что равновесие следует рассматривать не как застывшее неподвижное состояние, а как равновесие в движении, или движущееся равновесие. Свойство универсальности обусловлено рекуррентным характером изменения систем, зависимостью от памяти. С математической точки зрения оно связано с наличием в решениях нелинейных интегро-дифференциальных уравнений типа (20) комплексных значений корней, которым соответствуют осцилляции. Анализ таких нелинейных уравнений весьма сложен.

В работе [44] было найдено решение уравнения типа (20) с нелинейным оператором столкновений Больцмана Q. Оно определяется корнями характеристического уравнения, которые могут в зависимости от значений параметров принимать значения как действительные, так и комплексные. В [44] приведены конкретные выражения для осциллирующих решений.

Биологические, экономические, социальные явления включают в себя громадную совокупность ритмов. Так, ритмы отдельных органов, тканей, клеток, внутриклеточных компонент участвуют в создании временной упорядоченности биологических явлений и составляют основу интеграции процессов в живых организмах. Ключевой момент здесь — взаимодействие осцилляций. Из-за наличия большого числа налагающихся структурных ритмов каждое последующее колебание несет определенные отличия от предыдущего. Внешние воздействия могут сдвигать фазу и менять амплитуду биологических ритмов, которые способны подстраиваться к изменениям цикличности внешней среды (суточные, годичные, приливные, лунные ритмы, циклы активности Солнца).

С определенными взаимодействиями внутренних и внешних осцилляций связана и работа мозга. Ими обусловлены, в частности, биологические аспекты эстетики. В работе [45] показано, что временная организация стихотворного размера совпадает с временными особенностями работы слуховой системы, танец имеет аналогии с коммуникативным поведением животных, воздействие музыки соотносится с частотами ритмов. В целом ряде таких явлений неожиданно проявляются числа Фибоначчи и золотое сечение, например в архитектуре и изобразительном искусстве, эстетическом восприятии и усвоении нового материала. Их появление служит своего рода индикатором процессов с памятью.

В немарковских процессах с ростом энтропии в ходе эволюции происходит упрощение структур, но множество ритмов и циклов не исчезает. Это неотъемлемая характеристика немарковских систем, что, впрочем, характерно и для квантовой механики. Так, уровни энергии квантового осциллятора задаются формулой $E_n = (n + 1/2)\hbar\omega$, и даже при $n = 0$ энергия отлична от нуля и равна $\hbar\omega/2$.

Рассмотренное выше распределение (35) связано с линейными уравнениями и устойчивыми ситуациями. Однако в реальных условиях возникают положительные обратные связи, проявляются эффекты ускоренного неравновесного развития. Так, фирма, которая по воле случая "вырвалась" вперед, приобретает преимущества, определяющие ее дальнейшее ускоренное развитие. Механизмы положительной обратной связи нарушают привычные понятия конкуренции и требуют нового подхода. Качественный феноменологический анализ этого круга явлений был рассмотрен в [46], где ставился вопрос о разработке нелинейной теории вероятностей, в которой вероятность появления объектов данного типа зависит от имеющегося числа таких же объектов. Нелинейные вероятности рассматривались в рамках марковских процессов (процесс Юла)

$$P(x \to x+1,\ \Delta t) \sim \lambda x \Delta t\ .$$

Средняя скорость роста здесь пропорциональна объему имеющейся совокупности. Характерный пример: чем больше статей написано ученым, тем легче написать последующую.

В процессе Юла имеется совокупность элементов x, которые могут порождать новые элементы, но не могут исчезать. В этих условиях вероятности $P_x(t)$ того, что объем совокупности равен x, удовлетворяют уравнению баланса

$$P_x(t) = -xP_x(t) + (x-1)P_{x-1}(t), \quad x > 1. \qquad (36)$$

Рекуррентное соотношение (36) описывает марковский процесс, который имеет вид

$$P_x(t) = \exp(-\lambda t)\left[1 - \exp(-\lambda t)\right]^{x-1}. \qquad (37)$$

Математическое ожидание для величины x равно $x_t = \exp(-\lambda t)$, что совпадает с известным законом роста информационного массива.

Реально процесс Юла является грубой идеализацией. Всегда существует ограничение времени экспоненциального развития. Любой ученый работает конечное время t. А это означает, что дело не только в нелинейных вероятностях, но и в необходимости немарковского подхода. Принимая простейшее предположение, что вероятность прекращения работы ученым постоянна в каждый момент времени, приходим к экспоненциальному распределению для времени работы

$$p(t) = \exp(-\mu t).$$

Усредняя $P_x(t)$ по продолжительности времени работы, получаем равновесную функцию распределения

$$P(x) = \int_0^\infty P_x(t)p(t)dt = \alpha B(x,\ \alpha+1),$$

где $\alpha = \mu/\lambda$, имеющую при $x \to \infty$ гиперболическую асимптотику (25).

Нелинейный немарковский подход может оказаться важным звеном в описании неустойчивостей в экономике, в оценке ситуаций на бирже, анализе влияния технического прогресса.

Числа Фибоначчи и оптимальность

В качестве нулевого приближения общей немарковской теории могут рассматриваться марковские процессы, для которых картина поведения системы в будущем определяется ее состоянием в момент времени t_0: $u_{t+1} = f(u_t)$.

Наиболее простое дискретное уравнение, обладающее немарковскими свойствами, содержит два первых члена ряда и имеет вид

$$u_{t+1} = a_1 u_t + a_2 u_{t-1}. \qquad (38)$$

Здесь u_{t+1} зависит не только от предыдущего состояния, но и от того, что было шаг назад. В рамках такой теории можно исходить из последовательных приближений. Здесь существенную роль может играть положение о затухании памяти с удалением во все более далекое прошлое. Рекуррентное уравнение (38) задает первое приближение в отклонении от марковского мира, оно учитывает ближнюю память — первый член общего уравнения (17), т. е. события, которые произошли "вчера".

Базовая модель (38) описывает определенную совокупность режимов для процессов с памятью. В зависимости от значений a_1 и a_2 решения могут иметь монотонный или колебательный характер, с возрастающей или убывающей амплитудой колебаний. Может проявляться неустойчивость, при которой возникают взрывные нарастающие колебания, или неограниченный рост.

В частном случае уравнения (38), описывающего ближнюю память, при значениях параметров $a_1 = a_2 = 1$ возникает уравнение (1), решениями которого являются числа Фибоначчи, тесно связанные с золотым сечением. Казалось бы, в зависимости от значений постоянных a_1, a_2 должны реализовываться разные варианты воздействия ближней памяти, однако в огромном числе задач возникают именно числа Фибоначчи, а не решения, соответствующие какимлибо другим значениям a_1, a_2. Причина этого — особые свойства чисел Фибоначчи, которые можно назвать условиями оптимальности. На их основе формулируется теория поиска [9].

Примером такого оптимального плана может служить определение с наименьшей погрешностью точки x, минимизирующей функцию f на отрезке длины L на основе n наблюдений. Такой план называют n-шаговым. Точность определения x зависит от самого плана P, а также от n и от L. Обозначим ее $\tau_P(n, L)$. Тогда n-шаговый план P_0 определения минимума f на отрезке длины L является оптимальным, если

$$\tau_{P_0}(n, L) = \min \tau_P(n, L).$$

Как показано в [9], оптимальный план строится на основе чисел Фибоначчи, т. е.

$$\tau_P(n, L) = L / u_{n+2}.$$

Именно реализация фибоначчиева оптимального плана выделяет уравнение (1) среди всех уравнений (38) с произвольными a_1, a_2.

Как известно, любая замкнутая природная система стремится к состоянию устойчивого равновесия. При этом выполняется принцип наименьшего действия, согласно которому при переходе системы из одного состояния в другое за некоторый промежуток времени она выбирает такой путь, при котором изменение полной энергии системы минимально. В качестве характерного примера рассмотрим базовую модель термодинамики — цикл Карно. Как показал в свое время С. Карно, тепловая машина производит работу благодаря передаче теплоты от горячего тела к холодному. Ее эффективность определяется коэффициентом полезного действия η, равным отношению работы, совершенной машиной за один цикл, к поглощенной теплоте. Карно также показал возможность обращения цикла тепловой машины и превращения ее в холодильную машину (с КПД λ), которая передает теплоту от холодильника к нагревателю, затрачивая при этом работу. Согласно [47] справедливы следующие соотношения:

$$\eta = 1 - \tau, \quad \lambda = \tau/(1-\tau), \quad \tau = T_2/T_1,$$

где T_1 — температура нагревателя;

T_2 — температура холодильника.

Отсюда следует, что

$$(1+\lambda)\eta = 1. \tag{39}$$

В работе [48] рассмотрен случай $\lambda = \eta$ одинаковой эффективности тепловой и холодильной машин, объединенных в одном устройстве — идеальной тепловой машине. Тогда уравнение (39) принимает вид

$$\eta^2 + \eta - 1 = 0,$$

что соответствует уравнению (3) для золотого сечения, т. е. в случае идеальной тепловой машины с равноправием "тепловой машины" и "холодильной машины" возникают пропорции золотого сечения.

Золотая пропорция и числа Фибоначчи, задающие устойчивые характеристики ближней памяти, дают также своего рода рецепт оптимизации процессов для живых структур и организмов. Само развитие организма может рассматриваться как выполнение некоторого оптимального плана.

В работе [49] проанализирована работа сердца млекопитающих. Она связана с периодической сменой двух противоположных функционально дополняющих состояний сердечной мышцы — систолы (напряжения) и диастолы (расслабления). Показано, что в режиме кровоснабжения, приблизительно соответствующем покою организма, соотношения между систолическим, диастолическим и суммарным значениями параметров структуры сердечного цикла соответствуют пропорции золотого сечения. В работе рассмотрено также влияние веса и относительного кровоснабжения организма на всю совокупность параметров структур сердечного цикла. Делается вывод о том, что живая природа в ходе длительной эволюции создает такие системы, в которых энергетическая и материальная зависимости от окружающей среды сведены к минимуму. Другими словами, оптимизация на основе золотого сечения позволяет организму адекватно исполнять свою функцию при минимально возможном расходе ресурсов внешней среды.

Нелокальность

В отличие от современной марковской парадигмы, в рамках которой рассматриваются взаимодействие и движение точечных частиц, в немарковской мы имеем дело с нелокальными объектами. Прежде всего по своему смыслу процессы с памятью нелокальны во времени. Интегродифференциальные уравнения типа

$$dP / dt = \int \Lambda(\sigma)P(t-\sigma)d\sigma$$

имеют простое решение

$$P = P_0 \exp(-t/\tau). \qquad (40)$$

Чтобы распределение (40) удовлетворяло рекуррентному соотношению для золотого сечения $u_{t+1} = u_t + u_{t-1}$, отнесенному к последовательным моментам времени, необходимо, чтобы величина $q = \exp(-1/\tau)$ удовлетворяла соотношению $1 + q = q^2$. При этом

$$\tau = \tau_{z.s} = \ln^{-1}\left(\left(1+\sqrt{5}\right)/2\right) \approx 2{,}1,$$

т. е. распределение (40) с указанным значением τ соответствует распределению по золотому сечению

$$P = P_0 \exp(-t/\tau_{z.s}).$$

Это распределение играет роль эталонного. Под него происходит подстройка процессов в биологии и экономике. Например, распределение валового национального продукта $W = C + I + G$ по компонентам, соответствующим непосредственному потреблению, ближней и дальней перспективе (C — расходы на потребление, I — инвестиции, G — правительственные расходы), приблизительно соответствует золотому сечению [50]. Это, по-видимому, — одна из характеристик устойчивого развития.

С распределением (40) тесно связана проблема дисконтирования в экономике. Инвестиции дают результаты не в тот период времени, когда они проводятся, а в более поздние сроки. Поэтому при сравнении затрат с получаемой от них прибылью возникает задача соизмерения разновременных ценностных показателей. Как известно, она решается методом дисконтирования. Чтобы определить, что стоит сегодня возможность получения некоторой суммы денег через t лет при отсутствии инфляции, нужно эту сумму разделить на $(1 + R)^t$, где R — дисконтная ставка. Здесь по существу мы имеем дело с распределением (40), где

$$\tau = 1/\ln(1+R).$$

Для разных экономических субъектов имеется своя дисконтная ставка R (показатель τ). Она задает меру предпочтения нынешней ценности будущей. Определенной ориентацией в стандартных условиях, как указывалось выше, служит величина $\tau_{z.s}$.

Дисконтирование — необходимый элемент анализа конкретных инвестиций. По кейнсианской инвестиционной модели [51] оценка целесообразности инвестиций в текущем периоде исходит из соотношения

$$K_0 < Y_1/(1+R) + Y_2/(1+R)^2 + Y_3/(1+R)^3,$$

где Y_i — чистый доход в соответствующем периоде.

На этой основе в работе [52] рассмотрены методы эмпирического определения τ. Распределения типа (40) могут также использоваться при анализе необходимых запасов, образования инфраструктур. Дисконтирование как приведение показателей разных лет к сопоставимому виду играет принципиальную роль в экологии, в частности, в известной концепции затраты — выигрыш [52].

Наряду с нелокальностью во времени как неотъемлемой характеристикой немарковских процессов должна существовать общая нелокальная парадигма, в которой реализуется определенная симметрия между пространственными и временными переменными x_1, x_2, x_3, $x_4 = ict$ в рамках единого пространственно-временного континуума. Пространственная нелокальность может описываться в рамках марковского подхода на основе интегродифференциальных уравнений. Такое описание в последнее время начинает находить применение в различных разделах физики, в частности, в теории ближнего поля.

В работе [53] записано интегродифференциальное уравнение для напряженности локального электрического поля при учете ближайшего к точке наблюдения окружения. Например, при решении граничной задачи классической оптики взаимодействия монохроматического излучения с тонкой пленкой

$$E(r, t) = E_I(r, t) + \int \operatorname{rot}\operatorname{rot}\frac{1}{R}P(r', t - R/c)dV',$$

где $E(r, t)$ — напряженность электрического локального поля в точке наблюдения;

$R = |r - r'|$ — расстояние от точки наблюдения r до некоторой точки r' внутри пленки либо на ее поверхностях;

c — скорость света в вакууме;

дифференцирование осуществляется по координатам точки наблюдения;

интегрирование производится по всему объему пленки.

В [36] описываются процессы телепортации, представляющие собой скачок в пространстве, мгновенный перенос из одной точки в другую. Обычно имеется непрерывная траектория перемещения точки (тела) в пространстве, но возможны и процессы со скачками, описываемые псевдодифференциальными операторами [21]. Типичный пример — оператор сдвига, который описывает перемещение в пространстве на конечное расстояние a (мгновенный перенос)

$$e^{a\frac{d}{dx}}f(x) = f(x+a).$$

Нелокальность в пространстве может описываться с помощью как псевдодифференциальных операторов, содержащих бесконечное число производных, так и интегралов по некоторой окрестности точки — оба подхода позволяют учесть влияние внешних условий на решение в некоторой окрестности точки — области нелокальности.

Выше мы рассмотрели псевдодифференциальные уравнения (12) и (13), дающие последовательное описание пространственной нелокальности с масштабным параметром λ (характерной величиной скачков). В пределе бесконечно частых бесконечно малых скачков эти псевдодифференциальные уравнения переходят, соответственно, в уравнение Фоккера-Планка и уравнение Шредингера, а λ имеет смысл длины свободного пробега или комптоновской длины волны.

Хотя приведенные псевдодифференциальные уравнения являются марковскими, в смысле наличия начальных условий и локальности во времени, они описывают частицы, нелокальные в пространстве. С этих позиций марковские псевдодифференциальные уравнения (уравнения бесконечного порядка) для процессов со скачками, описывающие пространственную нелокальность, по своей сути являются составной частью обобщенной немарковской парадигмы.

В более общей теории должно существовать целостное единое описание нелокальных процессов в пространстве—времени. С этой целью могут быть использованы как интегродифференциальные, так и псевдодифференциальные уравнения.

В работе [21] рассмотрено многомерное псевдодифференциальное уравнение Шредингера. Для свободной частицы его можно представить в виде

$$i\frac{\partial}{\partial t}\Psi(x,\ t) = \frac{c}{\lambda}\left(1-\sqrt{1-\lambda^2\sum_{k=1}^{n}\frac{\partial^2}{\partial x_k^2}}\right)\Psi(x,\ t). \quad (41)$$

В пределе это n-мерное пространственно-нелокальное уравнение переходит в соответствующее нерелятивистское уравнение Шредингера.

В уравнение (41) пространственные координаты и время входят асимметрично. Основываясь на использовании собственного времени τ (в применении к уравнению Дирака метод собственного времени излагается, например, в [54]), можно записать уравнение, описывающее как пространственную, так и временную нелокальность, т. е.

$$i\frac{\partial}{\partial t}\Psi(x,\tau) = \frac{c}{\lambda}\left(1-\sqrt{1-\lambda^2\left(\sum_{k=1}^{3}\frac{\partial^2}{\partial x_k^2}-\frac{\partial^2}{c^2\partial t^2}\right)}\right)\Psi(x,\tau).$$

Если естественным масштабом пространственной нелокальности служит комптоновская длина волны λ, то нелокальность во времени определяется параметром $t_\lambda = \lambda/c$.

Немарковская формулировка квантовой механики

В последние годы растет число работ, посвященных основаниям квантовой механики и попыткам придать ей немарковскую формулировку. Кратко остановимся на двух характерных направлениях.

Первое направление представлено в работах Г. А. Скоробогатова [55—58]. Его общая идеология заключается в следующем. Существует альтернативная возможность описания квантовых явлений как немарковских скачкообразных процессов для обычных плотностей вероятности, зависящих не только от координат x, но также и от импульсов p. Но при этом уравнения квантовой механики надо рассматривать как немарковские, как процессы с памятью. Как известно, пара сопряженных уравнений Шредингера эквивалентна двум гидродинамическим уравнениям для плотности вероятности

$$\omega(x,t) = |\psi(x,t)|^2; \quad p(x,t) = ih(\psi\nabla_x\bar{\psi} - \bar{\psi}\nabla_x\psi)/2\omega.$$

Гидродинамические уравнения в свою очередь могут быть получены из транспортного уравнения для плотности вероятности $P(p,\ x,\ t)$ как уравнения для первых двух моментов

$$\omega(x,t) = \int P(p,x,t)d^3p; \quad p(x,t) = \omega^{-1}\int pP(p,x,t)d^3p.$$

Это квантовое транспортное уравнение представляет собой интегродифференциальное уравнение для немарковского скачкообразного процесса.

Таким образом, квантовая механика может быть сформулирована как на языке марковских процессов для амплитуд вероятности, так и на языке немарковских скачкообразных процессов для обычных вероятностей.

Второе направление представлено в работе Д. А. Славнова [59], где была предложена модель квантовой теории, в которой существенную роль играют немарковские процессы. Согласно этой модели в квантовом объекте корпускулярные и волновые свойства разделены между собой. В вакууме имеется сложная система колебаний, которые образуют некоторое нелокализуемое волновое поле. В этом поле имеются точки сингулярностей — ядра, носители корпускулярных свойств, также принимающие участие в колебательных движениях. Носителем памяти квантового объекта служит нелокальное волновое поле. В колебаниях поля, когерентных колебаниях ядер этого объекта, зашифрованы сведения об его предыстории, при этом часть сведений из памяти постепенно теряется, заменяясь более свежими.

В рамках немарковской модели [59] представлены анализ и решение ряда проблем, в том числе квантовых измерений. Но наиболее характерной особенностью предложенной квантовой модели следует считать такой момент как затухающую ближнюю память.

В настоящее время можно говорить о некоторой общей тенденции работ в области оснований квантовой механики, включающей переход к немарковской теории.

Модели процессов с памятью

Физика

Длительное время использование немарковского подхода носило весьма ограниченный характер. Однако сейчас в ряде научных направлений развиты конкретные модели и используется зависимость от предыстории. В физике это в первую очередь относится к термодинамике неравновесных процессов, где исследование сред с памятью насчитывает уже несколько десятилетий [60, 61]. Оно связано с изучением локально неравновесных систем и процессов переноса в них. Соответствующие эффекты наблюдаются при низких температурах, при облучении вещества сверхкороткими импульсами энергии, в ударных волнах и дисперсных системах, когда время релаксации системы к локальному равновесию сравнимо с характерным временем самого процесса. Подробно данный круг вопросов рассмотрен в обзоре [62], поэтому отметим лишь некоторые качественные моменты.

Если скорость изменения макропараметров системы за счет внешних воздействий много меньше скорости установления равновесия, то в ней может установиться локальное термодинамическое равновесие [63]. Оно справедливо для моментов времени t_0, значительно превышающих характерное время релаксации системы к локальному равновесию τ. Приближение сплошной среды, подразумевающее отсутствие у нее внутренней структуры, означает, что в интегральных законах сохранения для этой среды можно совершать предельный переход при стремлении объема интегрирования к нулю. Такой предельный переход позволяет получить уравнение сохранения энергии (массы и т. д.) в дифференциальной форме. Если характерный масштаб системы L много больше характерного размера ее микроструктуры h, то можно пренебречь дискретностью вещества и рассматривать такую систему в приближении сплошной среды. Условия справедливости приближений локального термодинамического равновесия и сплошной среды имеют вид

$$t_0 >> \tau; \quad L >> h. \tag{42}$$

Для неравновесной термодинамики вводятся понятия локально-неравновесных энтропий S и внутренней энергии E, локально-неравновесная температура определяется как

$$T^{-1} = dS/dE.$$

Когда состояние системы зависит от скорости изменения температуры, абсолютная температура может быть заменена "термодинамической", которая является функцией абсолютной температуры и скорости ее изменения. Эти обе температуры совпадают, если скорость изменения абсолютной температуры равна нулю. Степень локальной неравновесности системы определяется величиной отклонения термодинамической температуры от абсолютной. При высокоскоростных процессах, когда неравенства (42) не выполняются, в термодинамику вводится понятие тепловой памяти [60, 61].

Если система не находится в локальном термодинамическом равновесии, то связь между тепловым потоком q и градиентом температуры, а также между внутренней энергией системы и температурой T имеет интегральную форму

$$q = -\int_0^\infty K(z)\nabla T(t-z)\,dz\,; \tag{43}$$

$$E = C\rho T + \int_0^\infty \beta(z)T(t-z)\,dz\,, \tag{44}$$

где $K(z)$ и $P(z)$ — функции релаксации теплового потока и внутренней энергии, соответственно.

Выражения (43), (44) учитывают тот факт, что вдали от локального равновесия тепловой поток и внутренняя энергия не зависят от мгновенных значений градиента и температуры, а определяются всей предысторией процесса теплопереноса в рассматриваемом пространственном элементе. Из (43), (44) и закона сохранения энергии можно получить уравнение переноса в среде с памятью. Явный вид соответствующего интегродифференциального уравнения переноса приведен в обзоре [62].

К локально-неравновесным системам относятся и полимерные неньютоновские жидкости [64, 65]. Это вязкие жидкости, коэффициент вязкости которых зависит от приложенного напряжения нелинейным образом. Для обычной ньютоновской жидкости имеет место пропорциональность между тензорами напряжений П и деформации γ, она описывается уравнениями Навье-Стокса

$$dv/dt = F - 1/\rho\,\mathrm{grad}\,p + \nu\nabla^2 v,$$

где v — скорость;
F — объемная сила;
ρ — плотность;
p — давление;
ν — коэффициент кинематической вязкости.

Если ньютоновские жидкости описываются дифференциальными уравнениями, то для неньютоновских жидкостей наиболее общее (линейное) соотношение между напряжением и скоростью деформации γ (текучесть) имеет интегральную форму

$$\Pi(t) = -\int \eta(t-s)\,\gamma(s)\,ds\,.$$

Зависящее от времени ядро η называется функцией вязкой памяти. Напряжение определяется не только текущим значением скорости деформации, но и является линейным функционалом предыстории изменения скорости деформации. Как и в случае явлений переноса, отличие от стандартной формулировки заключается в использовании интегродифференциальных уравнений для описания поведения полимерных неньютоновских жидкостей. Этот подход характерен для реологии — совокупности методов исследования течения и деформации реальных сред. Отметим, что все жидкости в определенном смысле слова являются вязкоупругими, поскольку затухание флуктуаций равновесного напряжения проходит за конечное время. Поэтому в принципе любую жидкость можно рассматривать как немарковскую систему. Это относится и к процессам самоорганизации.

Данный круг вопросов является предметом реологии, рассматривающей зависимости между действующими на тело механическими напряжениями, вызываемыми ими деформациями и их изменениями во времени [66]. Реология составляет определенную совокупность методов исследования течения и деформации реальных сред. Здесь весьма перспективен немарковский подход, для учета предыстории можно использовать интегродифференциальные уравнения типа (20).

Наряду с процессами переноса в локально-неравновесных системах и реологией учет предыстории проводится в физике твердого тела в явлениях гистерезиса, которые описываются немарковскими уравнениями. Это явление состоит в том, что физическая величина, характеризующая состояние тела, неднозначно зависит от величины, характеризующей внешние условия. Она определяется внешними условиями не только в данный момент, но и в предшествующие моменты времени. Реакция тела отстает от вызывающих ее причин. Для некоторых процессов отставание при замедлении изменения внешних условий не уменьшается. В этих случаях неоднозначную зависимость величин называют гистерезисной. Обычно выделяют гистерезис магнитный [26, 67], гистерезис сегнетоэлектрический [68] и гистерезис упругий [69].

Магнитный гистерезис обусловлен неоднозначной зависимостью намагниченности магнитоупорядоченного вещества, например ферромагнетика, от внешнего магнитного поля при его циклических изменениях. Механизмы этого явления связаны с магнитной доменной структурой [67]. Отметим, что для тока i в электрических цепях при наличии магнитного сердечника, в котором проявляется гистерезис, часто используется интегродифференциальное уравнение типа [26]

$$di/dt = \int F(\tau)\,i(t-\tau)\,d\tau + f(t),$$

где F — ядро интеграла;
f — некоторая заданная функция.

Немарковские уравнения Блоха, возникающие при замене релаксационных членов поперечных компонент полного спина на соответствующие интегралы с памятью, хорошо описывают форму линии магнитного резонанса [70].

Сегнетоэлектрический гистерезис имеет много общего с магнитным. Здесь также имеется неоднозначная зависимость поляризации сегнетоэлектриков от внешнего электрического поля. Существенную роль в явлении играет доменная структура. В случае упругого гистерезиса происходит отставание деформации упругого тела от напряжения по фазе, в связи с чем в каждый момент времени величина деформации тела является результатом его предыстории. При циклическом приложении нагрузки диаграмма, изображающая зависимость деформации от напряжений, содержит петлю гистерезиса. Механизмы упругого гистерезиса, в частности роль дислокаций, рассмотрены в работе [69].

В настоящее время переживает становление еще одна область, где принципиальную роль играют процессы с памятью. В работе [71] в рамках модели, учитывающей совместную динамику полей упругих смещений среды и концентрации лазерно-индуцированных точечных дефектов, исследовано распространение продольной волны деформации в твердом теле с квадратичной нелинейностью упругого континуума. Наличие структурных дефектов проявляется при этом в появлении запаздывающей реакции системы на распространение возмущений деформации, что характерно для сред с релаксацией или памятью. Получены модельные уравнения для описания нелинейных волн в зависимости от значений параметра релаксации. В работе [72] отмечается влияние термической предыстории расплавов цинка и кадмия на их кристаллизацию.

Уравнения с памятью возникают также при анализе плотных газов, когда столкновения частиц нельзя считать мгновенными. Так, уравнение Больцмана, описывающее газовую кинетику, хотя и является интегродифференциальным, но локальным по времени, т. е. марковским. В работе [44] оно было естественным образом обобщено на немарковский случай. Это обобщение учитывает длительность парных атомных столкновений для плотного газа, когда, в частности, могут образовываться водородные связи между молекулами. Обобщенное уравнение имеет вид

$$\partial f / \partial t = (1/\tau) \int g(s/\tau) Q\big(f(v, t-s)\big)\, ds,$$

где величина Q задается оператором Больцмана

$$Q[f(v,x,t)] =$$
$$= \int h(v,u,\boldsymbol{n})[f(V,x,t)\, f(U,x,t) - f(v,x,t)\, f(u,x,t)]\, d^2v\, d^2u,$$

где u, v — скорости молекул до столкновения;
U, V — скорости молекул после столкновения;
h — ядро интеграла;
$\boldsymbol{n}$ — вектор единичной длины, характеризующий направление переданного при столкновении импульса.

В работе [44] найдено общее решение немарковского уравнения Больцмана, описывающее плотный газ. Оно зависит от корней некоторого характеристического уравнения. При превышении определенного значения величины τ, имеющей смысл длительности столкновения, корни становятся отрицательными, что соответствует переходу от монотонного к осцилляционному характеру релаксации. Для водяного пара это соответствует плотности ~1 г/см^3 [44].

Во многих случаях немарковский характер эволюции функций распределения является прямым следствием конечной длительности процессов взаимодействия τ и распределения обладают памятью, сохраняющейся в течение этого времени. В работах казанской школы [73] был развит метод анализа немарковских процессов на основе использования цепочки интегродифференциальных уравнений для временных корреляционных функций $M_n(t)$. В терминах функций $M_n(t)$ были введены количественные критерии оценки немарковских эффектов. Этот метод применялся для описания ряда физических явлений, в частности, в [73] был рассчитан спектр параметра немарковости для гидродинамических систем и показано наличие немарковских свойств на разных уровнях гидродинамического описания.

Среди других приложений немарковского подхода можно отметить такие области, как гидродинамика неизотермической плазмы, физика слоистых сред, колебательные химические реакции. Для колебательных химических реакций, в частности реакции Белоусова—Жаботинского, в ряде экспериментальных исследований отмечалось, что индукционный период до начала колебаний зависит от предыстории [74].

Для анализа процессов в диспергирующих и диссипативных средах также используются интегродифференциальные уравнения. Так, уравнение Уизема, описывающее распространение нелинейных волн на мелкой воде, можно представить в виде [75]

$$u_t + uu_x + \int_{-\infty}^{+\infty} K(x-y)\, u(y,t)\, dy = 0.$$

Здесь функция $u(x, t)$ описывает свободную поверхность жидкости.

В настоящее время процессы, зависящие от предыстории, охватывают широкий круг явлений для всех агрегатных состояний вещества.

Биология

Память — важнейшая составная часть биологических процессов. При анализе закономерностей биологического развития непосредственно проявляется зависимость от предыстории. За последнее десятилетие получен большой объем феноменологических результатов по проявлению закономерностей золотой пропорции в биосферных явлениях. Так, в работах [7, 8, 12] показано, что многие благоприятные для живых организмов параметры внешней среды можно определять с помощью золотой пропорции. Это касается биоритмов организма, функций слуха и зрения, колебаний температуры тела человека, кровяного давления, работы сердца и органов дыхания. Например, имеется взаимосвязь, вытекающая из золотого сечения, между границами зрительного восприятия и областью, оптимальной для зрения.

Огромный объем феноменологических результатов получен по роли золотой пропорции в морфологии живых организмов. Еще И. Кеплер обратил внимание на поразительную роль чисел Фибоначчи в строении растений. Связанные с ними закономерности проявляются, например, в расположении, форме и строении листьев, семян, шишек, цветков, зерен. Значительный объем конкретных фактов по роли золотой пропорции в растительном мире приведен в работах [11, 76]. Поведение животных во многом определяется памятью о прошлом. Вся жизнь связана с генетической памятью. Как уже отмечалось, в животном мире закономерности золотой пропорции (числа Фибоначчи) проявляются в форме и структуре тела, строении раковин у моллюсков, сегментов у насекомых, скелета у позвоночных. Конкретные данные приведены в работах [12, 76, 77].

В этих работах был также сделан вывод о том, что построение конечностей позвоночных происходило под действием двух основных факторов: законов построения золотой пропорции и приспособления организма к образу жизни. Законы золотой пропорции определяют основной план, основную идею конструкции конечностей, отклонение от этого плана (флуктуации, связанные с конкретными условиями существования каждого животного) определяют все многообразие строения существующих форм. Это только общий принцип, сам же процесс развития еще ждет детального математического анализа.

В свое время В. И. Вернадский [78] обратил внимание на качественное различие симметрий неорганической и органической природы, обусловленной наличием в органике оси пятого порядка, отсутствующей в мире кристаллов. Как известно, ось пятого порядка неразрывно связана с золотым сечением. Одной из наиболее распространенных симметрий растений является пентагональная симметрия, в которой четко проявляются закономерности золотой пропорции. Многие из цветков так же, как и корни, в разрезе имеют пентагональную симметрию, пятилепестковыми являются цветки кувшинки, шиповника, боярышника, черемухи, яблони, земляники и др. Целый ряд висячих тяжелых плодов, например яблоки, также имеют пентагональную симметрию.

В работе [49] отмечается, что вирусы, состоящие из РНК и белка, представляют собой правильные икосаэдры, тесно связанные с пентагональной структурой.

В целом, имеющийся набор фактических данных говорит о том, что начало развития органического мира произошло на наноуровне, т. е. в пределах частиц размером порядка 30 нм и менее. Первоначально в рамках наноструктур происходило их последовательное преобразование. Как известно, в нанокластерах принципиальную роль играют поверхностные атомы. Большое отношение поверхности к объему приводит к качественным отличиям свойств кластеров от массивных частиц [79, 80]. Структурная специфика нанокластеров в значительной мере обусловлена особенностями электронной оболочки, которая в кластерах сильно поляризована. Благодаря этому образуются специфические пространственные структуры, резко отличающиеся от привычных кристаллографических с осями симметрии 2-го, 3-го, 4-го, 6-го порядков. Здесь оказывается наиболее устойчивой ось 5-го порядка, т. е. возникает новое групповое описание, имеющее качественное отличие от макроскопической физики. Однако с ростом размеров кластера возникает рассогласование поверхностных и внутренних структур, соответственно пентагональных и гексагональных.

Таким образом, сохранение пентагональной структуры на всех уровнях живой природы позволяет считать, что она не только берет начало на наноуровне, но с ним связано и все дальнейшее ее развитие. Тем самым, используя немарковские методы анализа, мы получаем инструмент для исследования различных стадий эволюции живого мира, в том числе и самых древних.

В различных биологических моделях на повестку дня выходит учет предыстории. Это, в частности, относится к экологическим проблемам. Рассмотрим в качестве примера модель "хищник" — "жертва", которая нашла широкую область применений в математической экологии [81]. В модели предполагается существование двух видов организмов. Один из них — "жертвы" с числом особей $N_1(t)$ может неограниченно получать питание из окружающей среды, другой вид — "хищники" с числом особей $N_2(t)$ питается только представителями первого вида. Изменение числа "жертв" может быть, очевидно, представлено уравнением

$$dN_1 / dt = (k_1 - \varepsilon_1 N_2(t))\, N_1(t), \qquad (45)$$

где k_1 — скорость размножения жертв;

ε_1 — коэффициент пропорциональности перед числом встреч "хищника" и "жертвы", кончающихся гибелью последних.

Для числа "хищников" используют уравнение

$$dN_2 / dt = [-k_2 + \varepsilon_2 N_1(t)]\, N_2(t).$$

Однако изменение числа "хищников" складывается из убыли за счет естественной смерти и прироста в результате рождаемости, зависящей от питания в течение некоторого времени τ, предшествующего появлению потомства. Соответствующее уравнение может быть представлено в виде [82]

$$dN_2 / dt = \left(-k_2 + \varepsilon_2 \int_0^T N_1(t-\tau)\, F(\tau)\, d\tau \right) N_2(t), \qquad (46)$$

где $F(\tau)$ характеризует влияние количества съеденной "хищником" в момент времени $t-\tau$ пищи на рождаемость в момент t.

Таким образом, численность популяций удовлетворяет системе нелинейных уравнений

(45), (46), одно из которых является дифференциальным, а другое — интегродифференциальным. Иными словами, система "хищник"—"жертва" как целое является немарковской. Такой подход позволяет учитывать предысторию и может быть эффективно использован в других экологических моделях.

В последнее время немарковский подход применялся для анализа распространения эпидемиологических процессов, в частности гриппа и респираторных инфекций, а также в кардиологии и нейропсихологии [83—86].

Космология

Анализ процессов эволюции Вселенной основан на марковском подходе. Однако постепенно появляется все больше свидетельств о проявлении в астрономических явлениях процессов с памятью. В свое время Иоганн Кеплер высказал идею геометрической гармонии Солнечной системы ("музыка сфер"), которую последующие поколения астрономов не принимали всерьез. Однако впоследствии была установлена связь периодов обращения планет Солнечной системы с золотым сечением, и ситуация изменилась [7, 87].

В работе [7], где проведено сопоставление периодов обращений планет вокруг Солнца и их биений (основные тоны) с периодом обращения Земли, показано, что частоты обращений планет и разности частот обращений образуют спектр с интервалом, равным золотой пропорции. Причем данная закономерность соблюдается с точностью 95 %. Здесь действительно подходит название "музыка сфер".

В работе [7] также приведены данные К. Домбровского, показавшего, что расстояния планет до Солнца пропорциональны числам ряда золотого сечения. При этом средние отклонения расчетных радиусов орбит от фактических не превышают 6,7 %. Аналогичные закономерности были установлены и для систем спутников Марса, Юпитера, Урана, Нептуна. Для них среднее отклонение составило менее 2 %. Проявления закономерностей золотого сечения наблюдаются и в ритмике космоземных связей [88].

Приведенные данные указывают на немарковский характер эволюции Солнечной системы. Она в принципе не может быть достаточно полно описана на основе существующих физических теорий. Фактически речь идет о процессах с памятью в масштабах космических времен, составляющих миллиарды лет. Другими словами, память в неорганической природе имеет еще большие масштабы, чем генетическая память, с которой связаны биологические явления. Таким образом, здесь речь может идти о качественных изменениях в нашем мировоззрении.

В этой связи укажем также на известное в астрономии распределение Хольцмарка, описывающее распределение интенсивности гравитационного поля звездных систем. Это устойчивое распределение с показателем 1,5 имеет степенную асимптотику $x^{-5/2}$, характерную для распределения Ципфа-Парето. Не исключено, что этот факт служит указанием на немарковский характер образования и эволюции звездных систем. Отметим недавнее применение немарковского подхода к образованию космических структур [89].

Здесь возникает ряд методологических проблем: насколько далеко может простираться память, затухает ли она. Во всяком случае, имеющиеся модели Вселенной, по-видимому, следует подвергнуть дополнительному анализу.

При построении конкретных моделей следует иметь в виду, что космологические процессы происходят в экстремальных, локально неравновесных условиях, рассмотренных в [62], в которых существенную роль играет память.

Экономика

В экономике уже длительное время фактически применяются элементы немарковского подхода. При принятии тех или иных решений возникает необходимость знания предыстории. Так, ценообразование определяется спросом — предложением. В простейшем (марковском) случае числовая последовательность величин y_t, определяющих отклонение текущей цены от равновесной, представляет собой знакочередующуюся геометрическую прогрессию

$$y_{t+1} = -qy_t, \tag{47}$$

где q — характерный параметр, зависящий от функций спроса и предложения.

При $q > 1$ последовательность y_t неограниченно возрастает, и амплитуда колебаний цен увеличивается.

При немарковском подходе товаропроизводитель, принимая решение об объеме предложения, ориентируется не на последнюю по времени цену, а принимает во внимание ее динамику. Чтобы сделать более адекватный прогноз уровня цен на завтра, он исходит из информации о ценах "сегодня" и "вчера". При этом прогнозируемая цена равна уже не y_t, а занимает некоторое промежуточное значение между y_t и y_{t-1}, определяемое величиной r. Тогда имеем [90]

$$y_{t+1} = -q(1-r)\,y_t - qry_{t-1}. \tag{48}$$

В макроэкономике используются дискретные уравнения типа [51, 90]

$$y_{t+1} = a_1 y_t + a_2 y_{t-1} + f(t), \tag{49}$$

где $f(t)$ — функция автономного потребления, не зависящая от текущих доходов.

Это простейшее уравнение можно назвать уравнением для ближней памяти, поскольку учитывается только один момент времени $(t-1)$ в прошлом. Решение (49) находится с помощью характеристического уравнения [91]

$$\lambda^2 - a_1\lambda - a_2 = 0,$$

имеющего корни

$$\lambda_{1,2} = \frac{a_1}{2} \pm \sqrt{\frac{a_1^2}{4} + a_2}.$$

При дискриминанте $D = a_1^2 + 4a_2 > 0$ имеются два действительных корня, и решение имеет вид

$$y_t = A_1\lambda_1^t + A_2\lambda_2^t,$$

а при $D = 0$, имеем $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$,

$$y_t = (A_1 + A_2 t)\lambda^t.$$

Величины A_1 и A_2 определяются из начальных условий (значений y_t при $t = 0{,}1$). При $D < 0$ решение можно представить в виде

$$y_t = \rho^t (B_1 \cos\omega t + B_2 \sin\omega t),$$

где $\lambda_{1,2} = \rho(\cos\omega t + i\sin\omega t)$, $\rho = |\lambda_1| = |\lambda_2|$;

B_1, B_2 — постоянные, определяемые начальными условиями.

В этом случае решение имеет колебательный характер. Амплитуда колебаний может возрастать при $\rho > 1$ и убывать при $\rho < 1$.

Таким образом, немарковское уравнение (49) описывает целую совокупность режимов для процессов с памятью, и соответственно события, которые произошли "вчера", во многих случаях играют определяющую роль. Основное же качественное отличие от марковского уравнения (47) состоит в появлении при определенных значениях параметров циклов длительностью $2\pi/\omega$.

На базовой немарковской модели (49), учитывающей ближнюю память, была в значительной мере основана теория Дж. Кейнса [92], являющаяся фундаментом современной макроэкономики. Она, как известно, нашла широкое применение в практике. Именно благодаря применению теории Кейнса западная экономика в период между двумя мировыми войнами вышла из кризиса. И после Кейнса целый ряд конкретных экономических моделей по существу исходил из немарковской системы (49). Приведем некоторые из них [51].

В динамической модели Самуэльсона — Хикса [93, 94], включающей в себя рынок благ, экономика находится в состоянии равновесия, если

$$y_{t+1} = (C_y + k)y_t - ky_{t-1} + A_{t+1}, \qquad (50)$$

где y_t — совокупный спрос (национальный доход);

$k(y_t - y_{t-1})$ — индуцированные инвестиции, вкладываемые предпринимателями, ориентирующимися на превышение совокупного спроса в предшествующем периоде;

$C_y y$ — функция потребления;

A_t — величина автономного спроса.

Уравнение (50) характеризует динамику национального дохода во времени. В соответствии с приведенным выше анализом (49) можно записать условия монотонного и колебательного изменений y_t. Всего имеется пять типов изменения y_t, и каждому из них соответствует своя область параметров.

В динамической модели Тевеса [95] учитывается денежный рынок, который взаимодействует с рынком благ через ставку процента i. Она также записывается в канонической форме (49)

$$y_{t+1} = (C_y + k)y_t - (k + I_i L_y / L_i)y_{t-1} + B_{t+1},$$

где I_i — инвестиции;

$M = L_y y + L_i i$ — условия равновесия на рынке денег;

M — предложение денег;

L_y — спрос на деньги для сделок;

L_i — спрос на деньги как на имущество;

$B_t = A_t - I_i + MI_i/L_i$.

В модели Тевеса, учитывающей рынок денег, область устойчивого равновесия сужается. Но здесь имеется возможность регулирования конъюнктурных колебаний экономической активности через посредство банковской системы. Так, при ориентации объема предложения денег центральным банком на величину национального дохода предшествующего периода и текущую ставку процента динамическая функция предложения денег может быть представлена в виде

$$M_t = ay_{t-1} + b_i,$$

где a, b — параметры регулирования денег в обращении.

В этом случае уравнение для y_t может быть представлено в канонической форме (49)

$$y_{t+1} = (C_y + k)y_t - (k - h)y_{t-1} + B_t,$$

где $h = I_i(a - L_y)/(L_i - b)$.

За счет соответствующего подбора регулирующих параметров a и b центральный банк может сдвигать области устойчивого равновесия, например, так, чтобы в случае возмущений возникали не взрывные, а затухающие колебания.

Схема (49) применяется и в посткейнсианских моделях, описывающих равновесный рост за длительный период. Это относится, в частности, к модели Харрода [96], где был сделан вывод о неустойчивости динамического равновесия в условиях экономического роста (без технического прогресса). Во всех приведенных (используемых на практике) экономических моделях учитывается память о прошлом.

Таким образом, имеется целый набор конкретных моделей процессов с памятью в различных областях знания. Они содержат ряд общих черт, в частности ближнюю, затухающую память, что может служить основой разработки последовательной нелокальной теории.

Дальняя память. Мировоззренческие аспекты

Проблемы дальней памяти. Биржевые игры

Проведенный анализ позволяет сделать вывод о наличии в рассматриваемой общей теории двух принципиальных моментов: учета памяти вообще, т. е. немарковости, и затухания памяти, ее принципиальной ограниченности. Глубина памяти задается характерным временем — параметром затухания (временной нелокальности). Для системы конечно-разностных уравнений, описывающих немарковские процессы

$$y_{t+1} = a_1 y_t + a_2 y_{t-1} + a_3 y_{t-2} + \ldots + a_n y_{t-n-1} + \ldots, \quad (51)$$

обрыв системы на n-м члене и означает конкретное ограничение памяти о прошлом. В нулевом (марковском) приближении, когда сохраняется лишь первый член ряда, память не учитывается вообще. Уравнение с двумя членами в правой части задает ближнюю память.

Вопрос об учете последующих членов ряда (51) целесообразно рассмотреть на конкретном примере процесса ценообразования [90], определяемого спросом — предложением. Выше мы рассмотрели немарковское уравнение (48), учитывающее ближнюю память. Однако прогноз может опираться и на больший объем памяти о прошлом, учитывая "позавчера" наряду с "сегодня" и "вчера". Этому случаю соответствует уравнение

$$y_{t+1} = -q(1-r)\,y_t - qry_{t-1} + by_{t-2}. \quad (52)$$

Здесь мы уже получаем дополнительный параметр регулирования и можем уточнить прогноз ценообразования.

Была проведена оценка влияния члена $a_3 = b$ на процессы устойчивости и сходимости итерационного процесса динамики цен (52). Под устойчивостью здесь понимается устойчивость решения $y(t)$ к малым возмущениям коэффициентов системы a_1, a_2, a_3, а сходимость понимается в смысле выполнения условия $y(t) \to 0$ при $t \to \infty$. Решением разностного уравнения (52) с постоянными коэффициентами служит линейная комбинация функций вида $y(t) = \lambda^t$, где λ — корень характеристического уравнения

$$\lambda^3 - a_1\lambda^2 - a_2\lambda - a_3 = 0.$$

Его корнями являются действительное число λ_1 (a_1, a_2, a_3) и пара комплексно-сопряженных $\lambda_{2,3}(a_1, a_2, a_3) = \rho\exp(\pm i\varphi)$. Общее решение уравнения (52) имеет вид

$$Y(t) = A\lambda_1^t + B\rho^t\left[\cos(\varphi t) + \sin(\varphi t)\right],$$

где значения коэффициентов A и B определяются начальными условиями, модуль и фаза комплексного числа являются функциями переменных a_1, a_2, a_3.

Точное аналитическое выражение для решения $Y(t)$ является весьма громоздким, поэтому приведем лишь качественные результаты выполненного графического анализа, согласно которым прогнозирование динамики цен на основании информации о ценах "сегодня" и "вчера" является неустойчивым процессом, так как небольшие изменения в коэффициентах системы (48) приводят к сильному возмущению в решении. При этом кардинальным образом меняется решение от "раскачивания" амплитуды цен до установления равновесного решения. Учет памяти о прошлом "позавчера" дает возможность получить решение $Y(t)$, устойчивое к малым возмущениям входных данных, а также увеличить скорость сходимости в несколько раз. Сходимость решения $Y(t)$ определяется одновременным выполнением неравенств $\left|\lambda_1(a_1, a_2, a_3)\right| < 1$ и $\left|\rho(a_1, a_2, a_3)\right| < 1$. Расчеты зависимостей λ_1 и ρ от параметра $0 < a_3 < 1$ для заданных значений показали, что при выборе параметра из условия минимума функции $\rho(a_1, a_2, a_3)$ сходимость решения достигается за меньшее число итераций по времени. При $a_3 > 0{,}58$ решением является знакопеременная функция с увеличивающейся амплитудой, т. е. учет полной информации о прошлом с весовым множителем a_3, близким к единице, приводит к неустойчивости решения.

Таким образом, углубление учета памяти несет с собой новую информацию. В качестве примера возможностей ее использования представляет интерес рассмотрение биржевых игр на фондовом рынке. Фондовый рынок характеризуется непрерывными колебаниями уровня цен. Если знать заранее последующие изменения цен, то, продавая ценные бумаги на пиках цен и покупая их на впадинах, можно извлекать соответствующую прибыль. Искусство определения пиков и впадин, т. е. поворотных моментов изменения цены, носит название "технический анализ". Он имеет смысл, если наряду со случайными флуктуациями цен имеются и устойчивые тенденции их сдвига, воздействующие на цены в течение определенных промежутков времени (тренды). Чтобы выявить поворотные моменты, нужно знать природу тренда и связанную с ним память о прошлом. (Значительная совокупность данных по техническому анализу содержится в [97].)

Среди трендов наиболее часто используются: первичный, длящийся обычно от 1 до 2 лет, промежуточный (от 3 недель до нескольких месяцев) и краткосрочный (от одной до 3 недель). Для долгосрочных инвесторов принципиальное значение имеет первичный тренд, а также перспективы бычьего (стадия роста) и медвежьего (стадия падения) рынка.

Наиболее известный метод определения главных трендов на рынке акций — теория Доу. Ее цель состоит в определении изменений в основных колебаниях рынка. Для оценки состояния рынка Доу сконструировал два индекса, которые в настоящее время носят названия "индустриальный индекс Доу-Джонса" и "транспортный индекс Доу-Джонса". Теория Доу исходит из того, что изменения в ценах закрытия рынка отражают совокупную оценку и стремления всех участников рынка, а значит, учитывают все известные и предсказуемые факты, влияющие на спрос и предложение. По поведению цен определяют тренд, при этом используется ряд эмпирических правил. Существенное значение имеет согласование подтверждения изменений тренда обоими индексами.

Для анализа колебаний цен Эллиотт в 1939 г. выдвинул волновой принцип, основанный на использовании чисел Фибоначчи. Он показал на данных 80-летнего периода существование устойчивых циклов из восьми волн, пять из которых поднимают рынок, а затем три опускают. Теория Эллиотта оценивает форму волн, их высоту и длительность. Согласно Эллиотту, бычья фаза состоит из пяти волн: трех волн движения вверх (1-я, 3-я, 5-я — волны импульса) и двух волн движения вниз (2-я, 4-я — волны коррекции); медвежья фаза состоит из трех волн: двух понижающих и одной волны коррекции. Одна из трех волн импульса является растянутой, т. е. имеет большую по сравнению с другими продолжительность, которая, как правило, составляет 1,618 от длительности обычной волны импульса, что соответствует золотому сечению. Пики и впадины отстоят друг от друга на временные интервалы, соответствующие числам Фибоначчи: 13, 21, 34, 55, 89.

Высота соседних волн по Эллиотту соотносится в отношениях 1,618 (между волнами импульса); 0,382; 0,5; 0,618 (высота волн коррекции по отношению к предшествующей волне импульса). Отношения чисел Фибоначчи используются для определения уровней, на которые выходят волны. С течением времени скорость изменения цен в период тренда может меняться. Коррекция трендов может проводиться с помощью так называемого веера Фибоначчи.

Как видно из приведенных данных, описание колебаний цен на фондовом рынке тесно связано с числами Фибоначчи. Это значит, что в условиях малых возмущений события на рынке определяются ближней памятью.

Однако в общем случае при прогнозировании представляется перспективным учет и более далекой памяти, т. е. не только "сегодняшних" и "вчерашних", но и "позавчерашних" данных. Это подтверждают и проведенные оценки.

С помощью уравнений для относительно дальней памяти может также исследоваться понятие виртуальной реальности, соответствующее воображаемой реальности, квазибытию. К понятию виртуальной реальности сейчас относят целый ряд, казалось бы, разнородных понятий: компьютерные игры, где от мира реальностей отделен конкретный человек, средства массовой информации, под действием которых огромные массы людей могут идти против собственных интересов, неадекватное восприятие действительности при психических заболеваниях и приеме наркотиков. Можно выделить три особенности компьютерных виртуальных миров [98]:

виртуальная реальность создается не ею самою, а иным, внешним по отношению к ней объектом;

виртуальная реальность наделена собственным пространством, индивидуальным временем, своеобразными законами существования;

имеется активная коммуникация с другими системами, в том числе и породившей ее.

В развитой стадии психических заболеваний галлюцинации и бредовые расстройства имеют фантастическое содержание. Фантастический смысл приобретают и воспоминания прошлого, прежние знания, окружающая действительность. Виртуальная реальность отражает то, чего не существует, и в этом плане носит иллюзорный характер (отражение вне бытия). Виртуальный мир неизбежно сопряжен с памятью, образами и опытом прошлого, но в нем исключается реальное настоящее. Описание виртуальной реальности возникает при $a_1 = 0$ и наличии некоторых значений a_i, отличных от нуля в уравнении типа (51), т. е. при отсутствии настоящего. Каждая виртуальная реальность наделена своими законами, пространством, временем, и немарковский подход дает основу для их систематизации.

При рассмотрении общего немарковского случая возникает вопрос о предельном случае. Объем и структура памяти определяются коэффициентами a_m в уравнении (51), причем с ростом m вступает в действие все более дальняя память. Когда отличны от нуля коэффициенты a_m при $m \to \infty$, то память можно считать бесконечной. Информация как бы заложена изначально и в принципе может определять эволюцию. Здесь возникают параллели с философией Г. Гегеля, вводившего понятие абсолютной идеи — абсолютного духовного и разумного начала, лежащего в основе всех явлений природы и общества, т. е. некоторого подобия мирового духа.

Мировоззренческие аспекты

В самых различных областях знания существующие теории подошли к пределу, за которым вырисовываются границы их применимости. Возникающая новая парадигма удовлетворяет принципу соответствия и в предельном случае переходит в обычную теорию марковских процессов. Построение теории процессов с памятью позволяет объяснить большой объем эмпирических данных как в естественных науках, так и в социальной сфере. При этом в рамках новой возникающей парадигмы, включающей затухание памяти, трансформируется ряд основополагающих понятий, появляются новые мировоззренческие аспекты. На смену миру материальных точек приходит мир нелокальных объектов. Поведение системы уже не определяется начальными условиями в некоторый момент времени (временной точке), а зависит от предыстории, от прошлого на определенном временном интервале, определяемом ближней памятью. Наличие пространственной нелокальности ставит вопрос о пределе делимости материи в ее обычном понимании. Так, элементарные частицы нельзя разделить на части, при любых процессах они (по современным воззрениям — точечные, не имеющие протяженности) превращаются друг в друга.

В немарковской парадигме определяющую роль играет понятие структуры. Однако в законах диалектики, сформулированных Г. Гегелем и включающих положения о всеобщей взаимосвязи, движении и развитии, переходе количества в качество, единстве и борьбе противоположностей, отрицании отрицания, такое фундаментальное понятие, как структура, отсутствует. Это не случайно, поскольку диалектика в значительной степени была основана на марковской парадигме, описание движения в которой не зависело от предыстории. Прошлое может записываться именно в структуре. Последняя наряду с движением и взаимосвязью является всеобщим свойством, атрибутом материи.

В немарковский подход органически входит информация. Можно сказать, что объекты находятся в информационном поле, они неотделимы от памяти о прошлом. Более того, как отмечалось в [36], существует определенный дуализм динамического и информационного подхода. Материальное и идеальное находятся в тесной взаимосвязи, а их разделение носит приближенный, условный характер.

Значительный интерес представляет введенный Г. В. Лейбницем предел делимости — монада. Она представляет некоторую сущность, связанную с несиловым когерентным взаимодействием. В работе [99] отмечалось, что когерентность является некоторым общим свойством материи. В философском плане идея о наличии подобного свойства содержалась у Лейбница, который писал о первичной субстанции — монадах [100]: "Монада есть не что иное, как простая субстанция, которая входит в состав сложных, простая, значит не имеющая частей... А где нет частей, там нет ни протяжения, ни фигуры и невозможна делимость. Эти-то монады и суть истинные атомы природы, одним словом, элементы вещей". По Лейбницу монады — не мертвые атомы, а живые подвижные, весь мир отражающие в себе, обладающие (смутной) способностью представления, душой своего рода. Процесс отражения внешнего мира монадами Лейбниц представлял как согласование, синхронизацию часов, а не как воздействие часов друг на друга, в результате чего они идут синхронно, т. е. у Лейбница содержится основная идея понятия когерентности — несиловое взаимодействие, синхронизация. На современном языке можно представить монаду как некоторую неделимую сущность, нелокальную в пространстве и времени, обладающую способностью отражать внешний мир и взаимодействовать несиловым (фазовым) образом с другими монадами и внешней средой.

Меняется и понимание динамики развития человеческого общества. Длительное время оно рассматривалось как поступательный процесс: первобытное общество, рабство, феодализм, капитализм, социализм (или постиндустриальное общество). Для немарковских процессов характерно возникновение циклов, проявляющихся в самых разных явлениях живой природы. Последующие фазы цикла не являются точным повторением предыдущих и могут сильно отличаться от того, что было в прошлом. Так, если в древности применялись физические методы удержания рабов в повиновении, то в будущем может оказаться эффективным непосредственное воздействие на сознание, позволяющее манипулировать людьми. В философском плане положение об исторических циклах находит свое отражение в законе отрицания, согласно которому происходит возвращение к прошлому, но на новой основе.

В рамках новой парадигмы стирается казалось бы непроходимый барьер между общественными и естественными науками. Открываются возможности строить последовательную математическую основу общественных наук, определять оптимальный путь развития. Со временем появляются все новые и новые сферы приложений немарковских процессов. Они носят универсальный характер и многое меняют в наших представлениях о внешнем мире.

Авторы выражают признательность Ф. Х. Мирзоеву и А. С. Харитонову за обсуждение проблемы и И. М. Дремину, А. В. Леонидову и Д. С. Чернавскому — за полезные замечания.

Литература

36. *Кадомцев Б. Б.* Динамика и информация. — М.: Редакция журнала "Успехи физических наук", 1997.

37. *Чернавский Д. С.* Синергетика и информация. — М.: Наука, 2001.

38. *Бриллюэн Л.* Наука и теория информации. — М.: ГИФМЛ, 1960.

39. *Корогодин В. И.* Информация и феномен жизни. — Пущино: АН СССР, 1991.

40. *Лазебник Б. Д.* Роль НТИ в управленческой информации социально-экономической сферы// Науч.-техн. информация. Сер. 1. 1993. № 6. С. 1—7.

41. *Глезер В. Д.* Зрение и мышление. — Л.: Наука, 1985.

42. *Алякринский Б. С., Степанова С. И.* По закону ритма. — М.: Наука, 1985.

43. *Васильева Н. И.* Циклы и ритмы в природе и обществе. Моделирование природных периодических процессов. — Таганрог: Таганрогский госуд. радиотехн. ун-т, 1995.

44. *Попырин С. Л.* Возбуждение осцилляционных мод при нелинейной релаксации плотного газа// Краткие сообщ. по физике. 1996. № 9—10. С. 27—30.

45. Красота и мозг. Биологические аспекты эстетики. — М.: Мир, 1995.

46. *Артур У. Б.* Механизмы положительной обратной связи в экономике// В мире науки. 1990. № 4. С. 60—66.

47. *Фриш С. Э., Тиморева А. В.* Курс общей физики. Т. 1. — М.: ГИТТЛ, 1951.

48. *Попков В. В., Шипицын Е. В.* Золотое сечение в цикле Карно// УФН. 2000. Т. 170. № 11. С. 1253—1255.

49. *Цветков В. Д.* Принцип золотой пропорции в организации живых систем// Стратегия жизни в условиях планетарного экономического кризиса. Т. 2. — СПб: Гуманистика, 2002. С. 351—359.

50. *Фишер С., Дорнбуш Р., Шмалензи Р.* Экономика. — М.: Дело Лтд, 1995.

51. *Гальперин В. И., Гребенников П. И., Леусский А. И., Тарасевич Л. С.* Макроэкономика. — СПб: Экономич. школа, 1994.

52. Защита атмосферы от промышленных загрязнений: Справочник. Ч. 2. — М.: Металлургия, 1988.

53. *Гадомский О. Н.* Проблема двух электронов и нелокальные уравнения электродинамики// УФН. 2000. Т. 170. № 11. С. 1145.

54. *Ициксон К., Зюбер Ж.-Б.* Квантовая теория поля. — М.: Наука, 1984.

55. *Skorobogatov G. A., Svertilov S. I.* Quantum mechanics can be formulated as a non-markovian stochastic process// Phys. Rev. A. 1998. V. 58. № 5. P. 3426—3432.

56. *Скоробогатов Г. А., Свертилов С. И.* Об описании квантовомеханического движения аппаратом немарковских стохастических процессов// Ядерная физика. 1999. Т. 62. № 2. С. 285—290.

57. *Скоробогатов Г. А.* Вывод уравнения Клейна-Гордона из немарковского стохастического уравнения Колмогорова-Гихмана-Скорохода// Вестник Санкт-Петербургского университета. 1999. Сер. 4. № 25. С. 66—78.

58. *Skorobogatov G. A.* Deduction of the Klein-Fock-Gordon equation from a non-Markovian stochastic equation for real pure-jump process// Int. J. of Quantum Chemistry. 2002. V. 88. P. 614—623.

59. *Славнов Д. А.* Квантовый объект как система с памятью// ТМФ. 1996. Т. 106. № 2. С. 264—272.

60. *Дэй У.А.* Термодинамика простых сред с памятью. — М.: Мир, 1974.

61. *Петров Н., Бранков Й.* Современные проблемы термодинамики. — М.: Мир, 1986.

62. *Соболев С. Л.* Процессы переноса и бегущие волны в локально-неравновесных системах// УФН. 1991. Т. 161. С. 5.

63. *Зубарев Д. Н.* Неравновесная статистическая термодинамика. — М.: Наука, 1971.

64. *Астарита Дж., Марруччи Дж.* Основы механики неньютоновских жидкостей. — М.: Мир, 1978.

65. *Эванс Д. Дж., Хенли Г. Дж., Гесс З.* Неньютоновские эффекты в простых жидкостях// Физика за рубежом. Сер. А. Сб. статей. — М.: Мир, 1986. С. 7.

66. *Виноградов Г. В., Малкин А. Я.* Реология полимеров. — М.: Химия, 1977.

67. *Вонсовский С. В.* Магнетизм. — М.: Наука, 1984.

68. *Струков Б. А., Леванюк А. П.* Физические основы сегнетоэлектрических явлений в кристаллах. — М.: Наука, 1995.

69. *Головин С., Пушкар А.* Микропластичность и усталость металлов. — М., 1980.

70. *Халваши Э. Х., Чхартишвили М. В.* Немарковская форма линии магнитного резонанса// Физика твердого тела. 1998. Т. 40. № 6. С. 1036—1037.

71. *Мирзоев Ф. Х., Шелепин Л. А.* Распространение нелинейных продольных волн деформации в твердом теле с учетом взаимодействия с точечными дефектами: Препринт ФИАН. 2002. № 16.

72. *Александров В. Д., Баранников А. А.* Исследование влияния термической предыстории расплавов цинка и кадмия на их кристаллизацию// Письма в ЖТФ. 1998. Т. 24. № 14. С. 73.

73. *Хуснутдинов Н. Р., Юльметьев Р. М.* Спектр параметра немарковости для гидродинамических систем// ТМФ. 1995. Т. 105. № 2. С. 292—311.

74. Колебания и бегущие волны в химических системах/ Под ред. Р. Филда и М. Бургера. — М.: Мир, 1988.

75. *Уизем Дж.* Линейные и нелинейные волны. — М.: Мир, 1977.

76. *Васютинский Н. А.* Золотая пропорция. — М.: Молодая гвардия, 1990.

77. *Петухов С. В.* Биомеханика, бионика и симметрия. — М.: Наука, 1981.

78. *Вернадский В. И.* Химическое строение биосферы Земли и ее окружения. — М.: Наука, 1965.

79. *Петров Ю. М.* Кластеры и малые частицы. — М.: Наука, 1986.

80. *Губин С. П.* Химия кластеров. Основы классификации и строение. — М.: Наука, 1987.

81. *Свирежев Ю. М.* Нелинейные волны, диссипативные структуры и катастрофы в экологии. — М.: Наука, 1987.

82. *Кулагин Ю. А., Сериков Р. И., Симановский И. В., Шелепин Л. А.* Модель "хищник—жертва" с учетом памяти// Краткие сообщ. по физике, 1999. № 11. С. 39.

83. *Yulmetyev R. M., Hanggi P., Gafarov F. M.* Stochastic dynamics of time correlation in complex system with discrete current time// Phys. Rev. E. 2000. V. 62. P. 6178.

84. *Yulmetyev R. M., Hanggi P., Gafarov F. M.* Quantification of heart rate variability by discrete nonstationary non-markov stochastic processes// Ibid. 2001. V. 64. P. 046107.

85. *Yulmetyev R. M., Demin S. A., Emelyanova N. A., Gafarov F. M., Hanggi P.* Stratification of the phase clouds and statistical effects of the non-marcovity in chaotic time series of human gait for healthy people and parkinson patient// Physica A. 2003. V. 319. P. 432.

86. *Yulmetyev R. M., Emelyanova N. A., Demin S. A., Gafarov F. M., Hanggi P., Yulmetyeva D. G.* Non-Markov stochastic

dynamics of real epidemic process of respiratory infections// Physica A. 2004. V. 331. P. 300—318.

87. *Бутусов К. П.* Золотое сечение в Солнечной системе// Астрономия и небесная механика. 1978. Вып. 7. С. 475—500.

88. *Якимова Н. Н.* Принцип золотой пропорции в ритмике космоземных взаимодействий. Стратегия жизни в условиях планетарного экономического кризиса. — СПб: Гуманистика, 2002. Т. 2. С. 365—378,

89. *Amosov G., Schuecker P.* Non-Markov excursion set model of dark matter halo abundances. arXiv: astro-ph/0402479.

90. *Лебедев В. В.* Математическое моделирование социально-экономических процессов. — М.: Изограф, 1997.

91. *Гельфонд А. О.* Исчисление конечных разностей. — М.: Наука, 1967.

92. *Кейнс Дж.* Общая теория занятости, процента и денег. — М., 1978.

93. *Samuelson P.* Interactions between the multiplier analysis and the principle of acceleration// Rev. Econ. Stat. 1939. V. 21. P. 75—78.

94. *Hicks J. A* Contribution to the Theory of the Trade Cycle. — Oxford, 1950.

95. *Tewes T.* Ein einfaches model einer monetären konjunkturerechnung// Weltwirtshaft. Arch., 1966, Bd. 96.

96. *Harrod R.* An essay in dynamic theory. Econ. Journ., 1939. V. 49. № 3.

97. *Меладзе В. Э.* Курс технического анализа. — М.: Серебряные нити, 1997.

98. *Карташкин А.* Виртуальная реальность. Игра по навязанным правилам// Техника — молодежи, 1996. № 1. С. 28.

99. *Шелепин Л. А.* Когерентность. — М.: Знание, 1983.

100. *Лейбниц Г. В.* Сочинения. Т. 1. — М.: Мысль, 1982.

Статья поступила в редакцию 26 апреля 2004 г.

Processes with memory as the basis of new paradigm in science

Part II

A. L. Shelepin, L. A. Shelepin
Lebedev physical institute, Moscow, Russia

Markov paradigm is the basis of contemporary science. According to this paradigm, if one knows the state at present, the future is independent of prehistory. The review describes the formation of new non-Markov paradigm (the theory of processes with memory), which now are coming into use in almost all areas of knowledge. We consider limitations of Markov approach, description and features of processes with memory (including equations, stable distributions, Zipf-Pareto distribution, Fibonacci numbers). Factors of non-Markov world (structures, information, time characteristic, space non-locality) are analyzed. Non-Markov models in physics, biology, cosmology, and economics are discussed.

УДК 538.56

Эффекты неоднородности пространства и конечной скорости распространения электромагнитных волн*

Л. А. Похмельных
Компания ЭЛАТ, г. Мехико, Мексика

Развита концепция связи пространства с полями и частицами на представлении М. Фарадея о реальности силовых линий центрального поля и понятии плотности пространства. Согласно концепции в условиях конечной скорости распространения электромагнитных волн неизбежно различие записей физических законов в относительно движущихся системах отсчета, принцип относительности Галилея справедлив лишь приближенно, а принцип относительности Эйнштейна — ошибочен. На движущуюся в вакууме частицу должна действовать тормозящая сила, пропорциональная ее скорости. Дан нерелятивистский вывод выражения связи энергии электромагнитной волны с массой покоя частицы. Выведена закономерность перехода поступательного движения тела во вращательное в пространстве с поперечным градиентом плотности.

В работе [1] показано, что кулоновская запись электростатического взаимодействия не соответствует принципу близкодействия, поскольку в ней не делается различие между зарядом — источником поля и зарядом — объектом воздействия внешнего поля. По той же причине этому принципу не отвечает и ньютоновская запись гравитационных взаимодействий. Запись